

修士論文
ブラックホール降着系の理解を目指した
CMOSセンサ型X線偏光計の性能評価

The performance evaluation of an X-ray polarimeter
using a CMOS imaging sensor
for understanding accreting black holes

東京大学大学院
理学系研究科 物理学専攻
馬場研究室

會澤優輝

令和2年1月31日

概要

X線天文学の発展により、我々はブラックホール自体の質量や距離などについて知ることができるようになった。しかし、その周囲の極限環境については未だに謎が多く、解明のためには従来の方法とは異なるアプローチでの観測が必要とされている。近年ではその最有力な手法として、未開拓領域であったX線の偏光観測が注目されるようになってきている。我々は、偏光観測により天体の情報をより多く得られる10–30 keVの硬X線をターゲットとした、小型衛星の検討を行なっている。本修論ではその中でも中核の部分を担当する検出器系として、CMOSセンサを用いた偏光X線検出器の検討を行った。

本修論では、低ノイズでかつ2.5 μm ピッチの微小ピクセルを持つCMOSセンサについて、放射光施設KEK-PFとSPring-8において偏光照射実験を行い、X線偏光の検出素子としての性能を評価した。KEK-PFでの実験では、適した偏光解析の条件を検討し、16, 24 keVの偏光X線に対するModulation Factorを算出した。SPring-8での実験では10, 16, 24 keVに対して様々な偏光角についてそれぞれ測定を行い、特に24 keVについて、天体を観測して得られる偏光X線から偏光パラメータを求める実用的な方法を検討し、偏光角と偏光度を2つのCMOSセンサを用意すれば見積もることができることを明らかにした。その後、未だCMOSセンサを用いた偏光測定では扱われていない、3ピクセル以上に広がったイベントについて分類を行い、数値シミュレーションを用いて検出されるイベントの形状と実際の偏光方向の関係について調べた。そして、イベント解析の方法を検討するとともにどの形状から偏光情報を得られるか調べ、3ピクセルに広がったイベントの一部から偏光を検出できることを明らかにした。また、ブラックホール降着系の偏光情報を含む観測データから、系の幾何構造を推定するための一般相対論的放射輸送コードの設計と実装を行い、その基本的な計算結果の妥当性を確認した。最後に、CMOSセンサを搭載したCubeSatによるブラックホール降着系のX線偏光観測で、幾何構造を推定するのに必要な光子数を得るための方策を検討した。

目次

第1章	はじめに	1
第2章	ブラックホール降着系と偏光 X 線	3
2.1	ブラックホール降着系とその X 線放射	3
2.1.1	ブラックホール降着系の放射機構	3
2.1.2	時空の歪みが放射に与える影響	4
2.1.3	ブラックホール降着系の偏光観測	5
2.2	偏光 X 線の発生過程	6
2.2.1	逆コンプトン散乱	6
2.2.2	シンクロトロン放射	7
2.2.3	偏光情報から推定される天体の幾何構造	7
2.3	偏光 X 線の検出	10
2.3.1	光電効果	10
2.3.2	コンプトン散乱	11
2.4	偏光 X 線検出器	12
2.4.1	ガス検出器	12
2.4.2	半導体検出器	13
2.5	CMOS 検出器の動作原理	14
2.5.1	pn 接合	14
2.5.2	MOS ダイオードと MOSFET	14
2.5.3	CMOS	16
2.6	本論文の目的	16
第3章	CMOS センサへの偏光照射実験	18
3.1	CMOS イメージングセンサ	18
3.2	データ読み出し系	19
3.3	CMOS センサの基礎性能評価	20
3.3.1	実験のセットアップ	20
3.3.2	X 線イベント抽出の流れ	20
3.3.3	検出器ノイズの評価	21
3.3.4	ゲイン関数	22
3.3.5	検出効率	24
3.4	ビームラインを利用した偏光照射実験	25
3.4.1	KEK 実験	25

3.4.2	SPring-8 実験	29
第 4 章	CMOS センサを用いた偏光解析	32
4.1	偏光検出方法の検討	32
4.2	偏光検出性能の評価	35
4.3	偏光パラメータの推定	39
4.3.1	検出器モジュレーションの決定	39
4.3.2	偏光測定方法の確立	40
4.4	広がったイベントの偏光解析	43
4.4.1	形状によるイベント分類	43
4.4.2	シミュレーションの検討	45
4.4.3	312.5 nm ピッチセンサでの偏光解析	48
4.4.4	実際のイベント解析方法の検討	50
第 5 章	ブラックホール降着系からの 放射の数値シミュレータ開発	54
5.1	数値シミュレーションを利用した構造推定	54
5.2	ブラックホールの表現と座標系の設定	55
5.3	光子トラッキングの概要	55
5.3.1	Boyer-Lindquist 座標	58
5.3.2	運動方程式	58
5.3.3	ルンゲクッタ・フェールベルグ法	59
5.3.4	偏光ベクトル	60
5.3.5	ZAMO 系への変換	61
5.3.6	逆コンプトン散乱	62
5.4	計算の妥当性の評価	62
5.4.1	光子トラッキング	63
5.4.2	偏光ベクトル	66
5.5	開発の現状	69
5.6	まとめと今後の展望	71
第 6 章	CMOS センサを用いた ブラックホール降着系の X 線偏光観測の検討	72
6.1	観測天体の検討：Cyg X-1	72
6.2	観測時間の検討	72
6.3	幾何構造の推定	74
第 7 章	結論	77

目次

2.1	ブラックホール降着系における X 線放射機構の概念図	4
2.2	逆コンプトン散乱の概念図	7
2.3	観測方向によるブラックホール降着系の偏光状態の違いを示す概念図	8
2.4	観測領域によるジェットのパラメータの違いを示す概念図	9
2.5	Si と光子の反応断面積	10
2.6	光電吸収の概念図	11
2.7	Si 中の光電子の飛程	11
2.8	Cyg X-1 のスペクトル	12
2.9	MOS ダイオードの構造	14
2.10	MOSFET の構造	15
2.11	CMOS インバータの構造	16
3.1	CMOS センサの本体	18
3.2	CMOS センサのデータ読み出しネットワーク	19
3.3	CMOS センサの基礎性能評価のセットアップ	20
3.4	検出されるダブルピクセルイベントの形状一覧	21
3.5	CMOS センサで測定した各ピクセルのペDESTAL と標準偏差の分布	22
3.6	線源から得られたスペクトル	23
3.7	KEK 実験のセットアップ	26
3.8	24 keV ビームのイメージ	27
3.9	KEK-PF 実験で得られたスペクトル	27
3.10	KEK-PF 実験で得られた 30 keV 測定のスペクトル	28
3.11	SPring-8 実験のセットアップ	29
3.12	SPring-8 実験で得られた 24 keV ビームのイメージ	30
3.13	SPring-8 実験で得られたスペクトル	31
4.1	検出器と光子の反応の概念図	32
4.2	CMOS センサとガス検出器で検出されたイベントイメージの比較	33
4.3	含まれるピクセル数で分類したイベント分岐比	34
4.4	CMOS センサ上でのイベントの方向の定義	35
4.5	無偏光 X 線を測定した場合のイベント方向の偏り	36
4.6	スプリット閾値に対する MF の応答	37
4.7	スプリット閾値に対するダブルピクセルイベントの分岐比の応答	38
4.8	解析条件最適化後の n_{θ}	38

4.9	SPring-8での測定データから求めたモジュレーションカーブ	40
4.10	推定された偏光パラメータ	42
4.11	3-4ピクセルに広がったイベントのイメージ	44
4.12	広がったイベントの分類と比率	44
4.13	シミュレーションから生成したダブルピクセルイベントのイメージ例	46
4.13	シミュレーションから生成した正方形イベントのイメージ例	47
4.14	312.5 nm ピッチセンサで検出されたイベントの方向解析例	48
4.15	312.5 nm ピッチセンサでのシミュレーションで検出されたイベントの角度 θ の分布	49
4.16	3つの解析方法で得た θ_{diff} の分布	51
4.17	方法(1)で求めたイベント方向 θ_1 の分布	52
4.18	方法(3)で求めたイベント方向 θ_1 の分布	52
5.1	光子1つについてのトラッキングの流れ図	57
5.2	ブラックホールから脱出できる光子の放出方向	64
5.3	数値計算により得た光子の軌跡と解析解の比較	65
5.4	偏光ベクトル計算の妥当性を確認するためのシミュレーション設定	66
5.5	観測された偏光ベクトル	67
5.6	ブラックホール近傍を通ることによる偏光ベクトルの変化	68
5.7	逆コンプトン散乱のシミュレーションのセットアップ	69
5.8	抽出されたスペクトル	70
6.1	仮定したスペクトル	73
6.2	見込み角と幾何構造による偏光度の変化	75

表 目 次

3.1	CMOS センサの仕様	19
3.2	ゲイン関数のパラメータと傾きの比	24
3.3	CMOS センサの検出効率と空乏層厚	24
3.4	KEK-PF での測定諸元	25
3.5	SPring-8 での測定諸元	30
4.1	補正係数の一覧	36
4.2	最適化後のスプリット閾値の値	37
4.3	SPring-8 実験で得られたモジュレーションカーブのパラメータ、MF と偏 光方向	39
4.4	正しい光電子の放出方向が得られているイベントの割合	51
4.5	期待される MF の値と実際の MF の値	53
5.1	用いる文字の一覧	54
5.2	理論値とシミュレーションから求めた $\sin \delta$ の比較	64
6.1	1 単位の CMOS センサで 1 つのダブルピクセルイベントを検出するのに必 要なエネルギー帯域別の観測時間	74

第1章 はじめに

ブラックホールは、宇宙で最も不可解な現象を引き起こす非常に興味深い天体である。今でこそブラックホールは誰でも知っている天体となっているが、その概念が登場してから実際に受け入れられるまでには長い道のりがあった。「非常に大きな密度と質量を持つ天体があれば、その重力からは光の速度でも脱出することが不可能になりうる」という着想は18世紀末にはあったが(e.g. Michell, 1784)、真剣な研究が始められたのは、1915年に Albert Einstein が一般相対性理論を発表した後になる(Einstein, 1915)。同年、Karl Schwarzschild がアインシュタイン方程式の厳密解を発見するも(Schwarzschild 1999: 英訳版)、アインシュタイン自身でさえも特異点が実在することは信じていなかった。その後、様々な議論がなされるが、天体の性質としてもあまりにも当時考えられていたものとは異なっていたため、実在するものとしてはなかなか一般に受け入れられなかった。¹

この状況は、1970年代に入ってX線天文学が発展を迎えることで一変する。宇宙での激しい現象によりX線が放射されることは分かっていたが、X線は大気で吸収されてしまい、観測にはロケットや気球、人工衛星などを打ち上げる必要があったため、可視光などに比べて発展が遅れていた。1970年にRiccardo Giacconiらが世界初のX線観測衛星*Uhuru*を打ち上げ(Giacconi et al., 1971)、その中で現在では代表的なブラックホールとして知られている、はくちょう座 X-1(Cygnus X-1, Cyg X-1)の観測を行った。Cyg X-1は他の観測天体と比べてX線強度の時間変動が非常に激しく、太陽半径よりも小さい領域内でX線放射のエネルギーが生成されていることが明らかになった。さらなる観測や解析の後、他に説明の仕様が無いとされ、Cyg X-1は初めて実在するブラックホールとして一般に認められた。

さて、その後ブラックホールが認知されるとともに、多くのブラックホール天体が発見されてきた。現在では銀河の中心に、太陽の 10^6 – 10^9 倍の質量を持った超巨大ブラックホールも存在することまでわかっている。今年度初頭には、Event Horizon Telescope チームが初めてブラックホールの撮像に成功するまでに至り(Event Horizon Telescope Collaborat, 2019)、ブラックホールについて我々は多くのことを知ることができるようになってきた。

その一方で、ブラックホールの周囲がどうなっているのかについては未だに謎に包まれている。現在の観測技術では、ブラックホール周辺から放射されるX線を空間的に分解してその姿を捉えるのは非常に難しい。Event Horizon Telescope チームが撮影に成功したブラックホールは近傍の超巨大ブラックホールであり、Cyg X-1などの他のブラックホールについて撮影ができる目処は立っていない。そのため、視点を変えて偏光X線観測に

¹ “black hole” という名称は、1967年ごろに John Wheeler が使い出すまでは存在せず、“frozen star”, “collapsar”, “black star” など様々な呼ばれ方をしてきた。どの名称と比べても、“black hole” の名前のインパクトは段違いである。

よりブラックホールなどの X 線天体の幾何的な構造や磁場の構造を明らかにしようというアプローチが近年注目されている。実際に、2021 年には *IXPE* (Weisskopf et al., 2016) の打ち上げによって、2–8 keV の軟 X 線の偏光観測が実現する予定である。

ブラックホール周辺の幾何情報を持つのは放射 X 線の中でも散乱成分や非熱的な成分であり、10 keV 以上の硬 X 線帯域で卓越する。そのため、ブラックホールの理解のためには *IXPE* よりも高エネルギーの X 線をターゲットとした偏光観測が必要である。我々は、この課題を解決すべく、10–30 keV の硬 X 線偏光分解撮像を目標とした超小型衛星の検討・開発を進めている。²本論文では、この衛星で用いることを検討している検出器の X 線偏光検出性能について評価を行い、偏光観測に用いる実用的な方法を探る。

本論文では偏光 X 線検出器として、近年の半導体技術の進歩によって実現可能になった、低ノイズかつ微小ピクセルサイズのシリコン半導体検出器である CMOS イメージングセンサを取り上げ、X 線偏光検出素子としての性能を評価する。まず最初にブラックホールからの X 線放射の概要や検出方法など必要な情報のレビューを行う (2 章)。次に我々が用いた CMOS センサ自体の基礎性能と実験の概要について示し (3 章)、実験で得たデータの偏光解析を行って偏光検出性能について議論する (4 章)。その後、ブラックホール降着系の放射 X 線データから系の構造を推定するための数値シミュレーションについて概要を示し (5 章)、最後にこれらを併せて実際の観測について検討を行う (6 章)。

²衛星全体のコンセプトは 2019 年に開催された第 27 回衛星設計コンテストにおいて「宇宙硬 X 線偏光撮像の開拓者 cipher」として発表しており、文部科学大臣賞並びにアイデア大賞を受賞している。

第2章 ブラックホール降着系と偏光 X 線

この章では、本論文の目的とそれに関わる基礎的な概念を説明する。まずブラックホール降着系での X 線放射機構を述べる。その後、ブラックホール降着系の観測の現状を説明し、なぜ偏光 X 線観測が必要か導入を行う。次にそもそも偏光 X 線がどのように発生するのかとその偏光から何を知ることができるのか説明する。続いて偏光 X 線の検出原理を説明し、検出器の選定を行う。その後、本論文で用いた CMOS 検出器に動作原理を解説し、最後に本論文の目的を述べる。

2.1 ブラックホール降着系とその X 線放射

ブラックホールとは、光すら脱出できない非常に強い重力を持った天体である。この特性のため、ブラックホールそのものを観測することはできない。しかし、ブラックホールが恒星と連星系を形成しているブラックホール連星では、伴星から降着するガスの重力エネルギー解放によって電磁波を放射しうる。ブラックホール連星以外では、周囲に十分な物質が分布している大質量ブラックホールも同様に電磁波を放射しうる。これらの系をまとめてブラックホール降着系と呼び、観測可能なブラックホールの系のほとんどはどちらかに分類される。

ブラックホール周辺的气体は一般に、円盤状の成分と、より高温で空間的に広がったコロナと呼ばれる成分の 2 成分を持つと考えられる。本節ではこの描像に基づき、ブラックホール降着系の放射の機構について記述する。以降の議論は嶺重 (2016) を参照する。

2.1.1 ブラックホール降着系の放射機構

一般に、ブラックホールに落ち込むガスは降着円盤とコロナという 2 つの成分があると考えられている。両成分は、それぞれ標準円盤モデル (Shakura and Sunyaev, 1973)、高温降着流モデル (Narayan and Yi, 1994) で表現される事が多い。¹

図 2.1 にブラックホール降着系の概念図を示す。円盤成分は典型的には円盤内縁で数 keV 程度の温度となり、幾何学的に薄く、光学的に厚い。コロナ成分は温度が 100 keV 程度のより高温な電子プラズマで形成され、幾何学的に厚く、光学的に薄い。これらは異なる放射をするため区別が可能である。降着円盤では黒体放射により光子が放出される。その一

¹厳密には Narayan and Yi (1994) で提唱されているのは移流優勢降着流という、限定的な状況を表現したモデルである。より一般的に、放射冷却が効かない降着流の総称として放射非効率降着流という言葉が使われており、これが高温降着流と同義である。

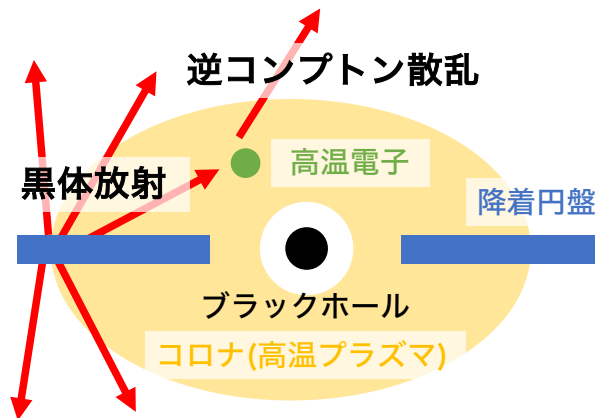


図 2.1: ブラックホールに降着系における X 線放射機構。赤色の矢印は放射される光子を表す。これはあくまで概念図であり、降着系の構造は正確ではない。

部がそのまま観測され、他の一部がコロナ内の高温電子によって逆コンプトン散乱されてから観測される。

恒星質量ブラックホールの円盤成分の黒体放射が数 keV という X 線帯域であり、逆コンプトン散乱によって放射光はさらに高エネルギーになるため、その観測には X 線が適している。

2.1.2 時空の歪みが放射に与える影響

ブラックホール降着系からの放射を考える際、一般相対性理論から導かれる時空の歪みが光子に与える影響を無視することはできない。例えば、角運動量を持たないブラックホールが原点にあり、ブラックホールとの距離 r の位置からブラックホールと離れる方向に向かう光子を無限遠から見た場合、 c を光速とすれば、光子の速度は

$$\frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)c \quad (2.1)$$

となる (r_S はシュバルツシルト半径)。 $r \rightarrow \infty$ であれば $dr/dt = c$ であり、通常の間と同様に光速で進む。ところが、 r_S に近付くと速度が遅くなり、 r_S より小さいと光子は全てブラックホール方向に向かうことになる。

また、ブラックホール近傍から無限遠に向かう光子はエネルギーを失い、赤方偏移する。実際、式 (2.1) と同じ状況を考えると、エネルギー E で発せられた光子を無限遠で観測したときのエネルギー E_o は、

$$E_o = E \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{1/2} < E \quad (2.2)$$

となる。

このようにブラックホール近傍では、他の物質との相互作用が無くとも、光子の進行方向やエネルギーが変化する。これに伴って円盤成分からの放射光のうちコロナに入って逆コンプトン散乱する割合なども変化するため、放射機構の正しい理解には一般相対論的な効果を考慮することが必須である。

2.1.3 ブラックホール降着系の偏光観測

2.1.1 項で述べた通り、放射の大まかな機構は分かってきている。これは、X線天文学の発展により、ブラックホール降着系の放射エネルギーや、その時間変動が明らかになってきたためである。一方で、ブラックホール降着系の幾何構造は未だ全く解明されていない。この原因は、ブラックホール降着系は近くとも地球から数千光年という距離があるため空間分解して観測する事が技術的に非常に困難であることにあり、簡単に解決できる問題ではない。そこで空間分解をひとまず諦め、別の方法で天体構造の情報を得ようと考えたときに最も最初に挙げられる方法が偏光観測である。偏光は天体の磁場構造や幾何構造の情報を持つため、ブラックホール降着系の構造を知る手がかりになり得る。また、偏光測定は他の波長帯では用いられている観測軸の1つだが、X線帯域では未だ未開拓の領域である。そのため、降着系の構造をより詳しく知るためには、X線偏光観測の手法を確立することが求められている。

ここからは偏光X線に焦点を当て、天体からの偏光X線の発生過程と、その検出に適した方法、観測に用いられる検出器について議論する。

2.2 偏光 X 線の発生過程

光は横波としての性質から、進行方向と垂直な方向に振動しながら伝播する。この振動する成分が電場ベクトルと磁場ベクトルである。特に電場ベクトルについて、振動方向の偏りを偏光という。また、電場ベクトルは直交する振動成分の重ね合わせで表すことができ、 xyz 直交座標系で z 方向に進む光について、電場の各成分は

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - \phi_x), \quad E_y = E_{0y} \cos(\omega t - \phi_y) \quad (2.3)$$

と表せる。光子は電場ベクトルが (E_x, E_y) 平面上で描く曲線に応じて楕円偏光、直線偏光、円偏光に分類される。一般の光子は楕円偏光と分類され、特に $\phi_x = \phi_y$ の場合に直線偏光、 $\phi_x = \phi_y \pm \pi/2$ かつ $E_{0x} = E_{0y}$ の場合に円偏光に分類される。

自然光は E_0 、 ϕ が様々な光子の混合状態とみなすことができ、全体として無偏光成分と偏光成分の和として表わされる。偏光度は光の全強度に対する偏光成分の強度として定義される。つまり、偏光成分の強度を I_{pol} 、無偏光成分の強度を I_{unpol} とすると、

$$\Pi = \frac{I_{\text{pol}}}{I_{\text{pol}} + I_{\text{unpol}}} \quad (2.4)$$

である (e.g. Rybicki and Lightman, 1986)。

以降では、ブラックホール近傍における偏光発生の素過程について概観した後、天体からの偏光が持つ情報について述べる。

2.2.1 逆コンプトン散乱

逆コンプトン散乱によって高温電子から入射光へのエネルギーの引き渡しが行われる。図 2.2 に示すように、方向ベクトル \mathbf{n} 、偏光ベクトルを \mathbf{e} を持った光子が θ の方向に散乱されることを考える。電子の静止系での観測量を下付き添え字 e 、散乱後の量を $'$ をつけて表すこととする。電子の静止系における散乱前後の光子のエネルギー比を $\eta_e = (\nu'/\nu)_e$ とする。光子が電子に散乱される微分散乱断面積は Klein-Nishina の式として知られており、

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_e \propto (\eta_e + \eta_e^{-1} - 2 \sin^2 \theta_e \cos^2 \phi_e) \quad (2.5)$$

となる (e.g. McNamara et al., 2008)。ただし、 ϕ_e は \mathbf{n}' の xy 平面への射影ベクトルと \mathbf{e} のなす角である。

θ_e が一定のとき、微分散乱断面積は $\phi_e = \pi/2$ のときに最大となる。つまり、光子は偏光方向と垂直な方向に散乱されやすい。また、散乱後の偏光ベクトル \mathbf{e}' は

$$\mathbf{e}' \propto (\mathbf{e} \times \mathbf{n}') \times \mathbf{n}' \quad (2.6)$$

である (Angel, 1969)。このことから、散乱光は散乱面と平行な方向に偏光することがわかる。また、コンプトン散乱された後の偏光度 Π は、

$$\Pi = \frac{\sin^2 \theta_e}{\eta_e + \eta_e^{-1} - 1 + \cos^2 \theta_e} \quad (2.7)$$

となる (Dolan, 1967)。

図 2.2: 逆コンプトン散乱の電子の静止系における概念図。

2.2.2 シンクロトロン放射

相対論的な速度を持った、高温の電子が磁場中を運動するとシンクロトロン放射をする。放射光は、電子の加速度方向、つまり磁場に垂直な方向に偏光する。周波数 ω の放射光の偏光度 $\Pi(\omega)$ は、磁場に平行、垂直な方向の単位周波数当たりの放射強度をそれぞれ $P_{\parallel}(\omega)$ 、 $P_{\perp}(\omega)$ とすると

$$\Pi(\omega) = \frac{P_{\perp}(\omega) - P_{\parallel}(\omega)}{P_{\perp}(\omega) + P_{\parallel}(\omega)} = \frac{G(x)}{F(x)} \quad (2.8)$$

によって与えられる。ただし x は、磁場の方向と電子の進行方向のなす角を α とし、 $\omega_c = 3\gamma^2 qB \sin \alpha / 2mc$ として、 $x = \omega / \omega_c$ で与えられる量であり、

$$F(x) = x \int_x^{\infty} K_{\frac{5}{3}}(t) dt, \quad G(x) = x K_{\frac{2}{3}}(x) \quad (2.9)$$

である (K は変形ベッセル関数) (e.g. Rybicki and Lightman, 1986)。

2.2.3 偏光情報から推定される天体の幾何構造

前項で述べたとおり、X線帯域の放射では偏光が発生し得る。各点での放射の偏光状態の重ね合わせにより、系の構造に対応した一定の偏光状態を持った放射光が検出器に届く。このことを利用した系の構造推定が可能である。

ブラックホール降着系からの放射は空間分解が非常に困難であるが、逆コンプトン散乱による偏光の観測から構造を推定することが可能である。例えば、図 2.3 のように放射源の降着円盤がコロナに覆われている状態にある降着系を考える。この場合、円盤と垂直な方向では放射は無偏光であるが、円盤面方向では偏光した光が観測される。このことを利

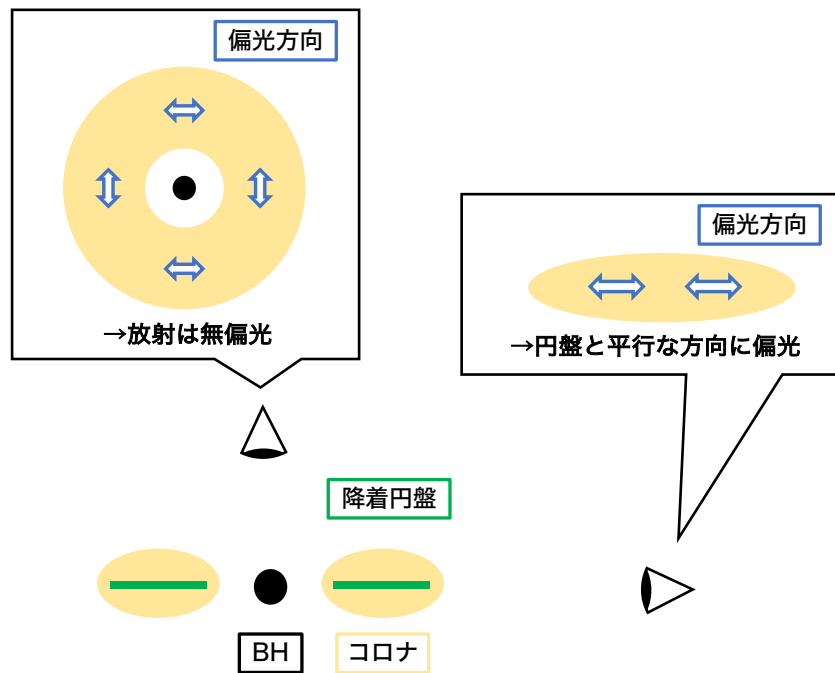


図 2.3: 観測者の方向によって異なる、散乱光の偏光状態。系からの放射は点源からの光として届くため、偏光は系全体の偏光状態の重ね合わせとして観測される。図中の観測される偏光の方向はあくまで一例であり、正確ではない。

用し、エネルギー毎に偏光角と偏光度を測定することで放射源の見込み角や厚さ等が推定できる。

また、シンクロトロン放射による放射成分からはジェット²の磁場構造を推定することが可能な場合がある。ジェットの磁場がランダムではなく、ある一定の構造を持っている場合はその磁場の方向と垂直な方向に偏光した光が観測される。例えば、図 2.4 のようにジェット中の磁場が渦巻き状の構造を持っている場合、ジェット領域の中心付近では無偏光が、外縁に近づくと偏光が観測される。

²降着円盤の軸方向に噴出する、高速に加速された物質の流れ。本論文では詳細には触れない。

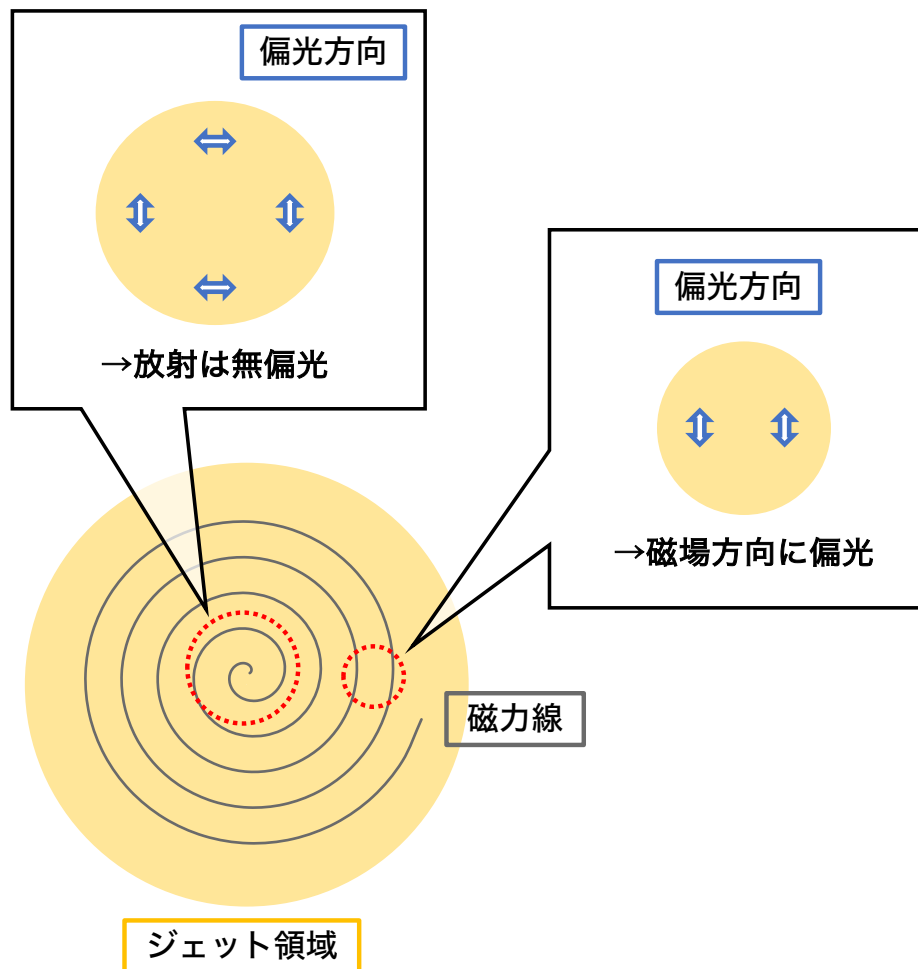


図 2.4: ジェットの偏光状態。渦巻きは磁力線、赤の点線は相対論的ビーミングによって強調されて観測される領域を表す。

2.3 偏光 X 線の検出

物質と光子の反応断面積の関係から、比較的低エネルギー X 線の検出には光電効果、高エネルギー X 線の検出にはコンプトン散乱が有利である。両反応ではともに電子が放出されるが、この方向に偏光依存性があるため偏光の検出が可能になっている。図 2.5 は National Institute of Standards and Technology のデータベースである XCOM(Photon Cross Section Database <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>) を用いて作成した、半導体検出器の主成分である Si と光子の反応断面積である。

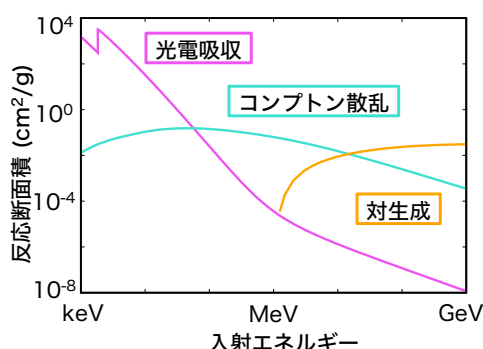


図 2.5: NIST XCOM のデータベースから作成した Si と光子の反応断面積

2.3.1 光電効果

およそ 30 keV 以下の帯域では、X 線と Si との相互作用の断面積は光電吸収が最も大きく、検出に適している。この相互作用では、物質中の電子が入射光のエネルギーを吸収して束縛状態を脱し、自由電子として飛び出す。この電子を光電子という。前項と同様に、図 2.6 の通り光子が $+z$ 方向へ入射し、原点で相互作用を起こすことを考える。

電子の速度が $v = \beta c$ のとき、微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{(1 - \beta \cos \theta)^4} \quad (2.10)$$

より、 $\phi = 0$ 方向、つまり偏光方向に光電子が放出されやすい。

放出された光電子の Si 中での飛程は、bethe-bloch の式 (e.g. Longair, 2011) により計算される。多重散乱を無視した場合、飛程は図 2.7 のようになり、Si 媒質中では $10 \mu\text{m}$ オーダーとなる。曲線の傾きが単調増加していることから、光電子が媒質に落とす単位長さあたりのエネルギーは進めば進むほど大きくなり、静止する直前で最大となることが分かる。この事実は、偏光解析を行う上で非常に重要である。

図 2.6: 光電吸収の概念図

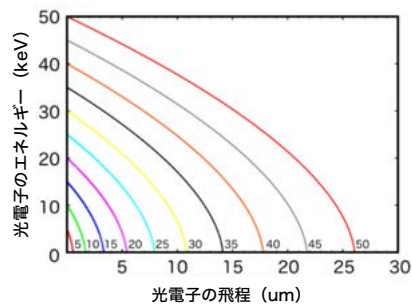


図 2.7: Si 媒質中での光電子の飛程 (春日 2019 から引用)。各線の右下の数字が光電子が最初に持っていたエネルギーで、横軸と各線の交点が光電子の飛程となる。

2.3.2 コンプトン散乱

より高エネルギーの X 線と Si の反応では、コンプトン散乱が支配的になる。微分断面積は、式 (2.5) で $\eta_e = 1$ としたものになり、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi \quad (2.11)$$

である。よって、 $\phi = \pi/2$ 方向、つまり偏光方向と垂直な方向に光電子が放出されやすい。

2.4 偏光 X 線検出器

X線のエネルギーが高くなると、偏光度も高くなると期待される反面、観測できる光子数が少なくなってしまう(図 2.8 参照)。そこで、本論文では多くの偏光情報を得られると考えられる 10 keV 以上の硬 X 線帯域において、多くの統計量を見込める 10–30 keV の X 線をターゲットとする。この帯域では光電吸収の反応断面積がコンプトン散乱を大きく上回るため、光電吸収を利用して偏光測定を行う検出器に限定して検討を行う。

光電吸収を用いる場合は光電子の飛跡を追跡する必要があるため、位置分解能が良い検出器を用いる必要がある。その代表的なものとしてガス検出器や半導体検出器が挙げられる。

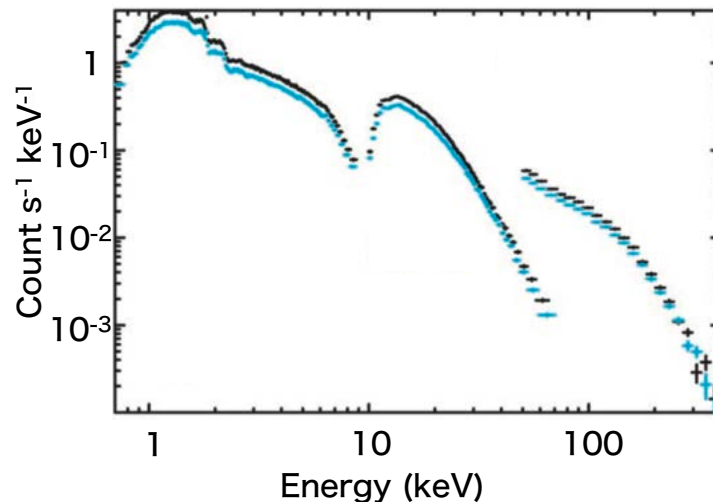


図 2.8: X 線観測衛星 *Suzaku*(Mitsuda et al., 2007) で観測された、代表的なブラックホール連星 Cyg X-1 のスペクトル (山田 2014 より引用)。

2.4.1 ガス検出器

ガス検出器は X 線の偏光検出器として主流の検出器であり、2021 年に 2–8 keV の帯域をターゲットとして、ガス検出器衛星 *Imaging X-ray Polarimetry Explorer*(*IXPE*; Weisskopf et al. 2016) の打ち上げが予定されている。ガス検出器では光電子の飛程が mm オーダーになり、数百 μm ピッチの微細構造があれば飛跡を捉えることが可能である。ただし、比例計数管で信号の増幅を行うため、既存の半導体検出器と比較するとエネルギー分解能は良くない。また、光電子の飛跡を全て捉えるためには半導体検出器よりも大きな体積が必要となる。体積が大きくなると衛星サイズも大きくなり、望遠鏡による集光で検出器全体を焦点深度に収めるのが難しくなってしまう。

2.4.2 半導体検出器

小型の系で光電子の飛跡をとらえ切るためには密度の大きい半導体検出器の方が有利である。実際、半導体検出器の一種である Charge Coupled Device (CCD) 検出器は X 線衛星の標準的な検出器として用いられている。また、この CCD を用いた偏光 X 線検出についても Tsunemi et al. (1992) などですでに検討されている。しかし、CCD のピクセルサイズは典型的に数十 μm であり、これと同程度である数十 μm の光電子の飛跡を捉えるには少し大きい。また、各ピクセルの出力を列ごとにまとめてから読み出しを行うため、ピクセルごとに読み出すよりも時間分解能が悪くなってしまう。

近年、半導体検出器の中でもピクセルごとに読み出せる Complimentary Metal-Oxide-Semiconductor (CMOS) 検出器でピクセルサイズが数 μm であるものが開発されている。これは従来の CCD よりも光電子の飛跡を捉えるのに適していると考えられる。

以上のことを踏まえ、本論文では半導体検出器、特に CMOS を用いた検出器の検討を行う。

2.5 CMOS 検出器の動作原理

CMOS 検出器の特性を理解するためには、まずそれ自体を構成する半導体の特性からレビューする必要がある。以降の本節での議論は Sze (2002) を参照している。

2.5.1 pn 接合

一般に用いられる半導体素子として最も基本的なものが pn 接合である。pn 接合とは、正孔密度を大きくした p 型半導体と電子密度を大きくした n 型半導体の接合である。キャリアが両半導体の間で再結合するため、接合部分ではキャリアがゼロになる。この領域を空乏領域または空乏層という。p 側に正電圧をかけると p 型から n 型へ正孔が、逆方向に電子が注入されて電流が流れる。n 型側に正電圧をかけると p 側、n 側それぞれでキャリアが再結合するため電流は流れない。このとき空乏領域は広がる。

2.5.2 MOS ダイオードと MOSFET

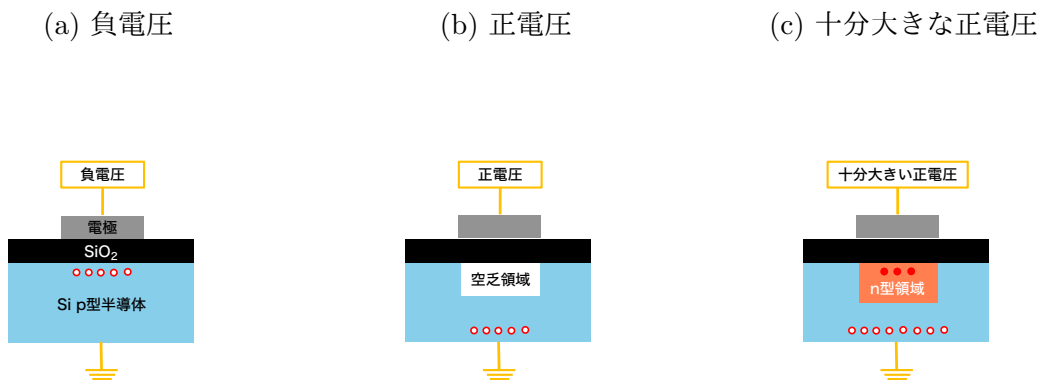
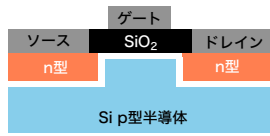


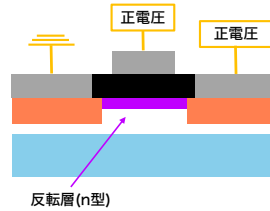
図 2.9: 印加電圧による MOS ダイオードの内部構造の変化。正孔を赤の白抜き円、電子を赤の円で表している。

MOS(Metal-Oxide-Semiconductor) 構造を持ち、整流作用がある素子に MOS ダイオードがある。一般に、酸化物部分には SiO_2 、半導体部分には Si が用いられることが多い(そのため、以降では Si を用いた検出器に議論を限定する)。例えば、p 型の Si を用いた場合を考えると、金属電極に負電圧を印加すれば Si の SiO_2 に接する表面に正孔が集まる (図 2.9 (a))。逆に正電圧を印加すれば正孔は離れ、同じ表面付近に空乏領域が生じる (図 2.9 (b))。正電圧をさらに上げると表面付近の電荷密度が正孔密度を上回り、n 型の層ができる (図 2.9 (c))。これを「反転」という。n-チャンネル MOS Field-Effect Transistor(MOSFET) は、p 型 MOS ダイオードの両側を互いに逆向きである 2 つの pn 接合に相当するもので挟んだ構造により実現される (図 2.10 (a))。p 型、n 型の位置関係を入れ替えたものが p-

(a) MOSFET の構造



(b) ゲートに十分な正電圧をかけたとき



(c) さらに高ドレイン電圧をかけたとき

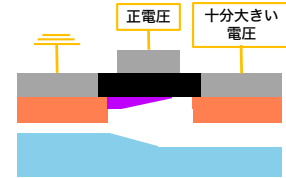


図 2.10: 印加電圧による MOSFET の内部構造の変化。空白の部分は空乏層を表す。

チャンネル MOSFET である。p 型 MOS ダイオードの電極をゲートといい、2つの pn 接合のうちアースする電極をソース、もう一方をドレインという。ゲートに十分大きな正電圧をかけると反転が起こり、2つの n 型領域の間に反転層 (チャンネルともいう) が生じ、ソースとドレインが導通する (図 2.10 (b))。小さなドレイン電圧が加えられると、電流はドレインから反転層を通してソースに運ばれる。このとき、反転層は抵抗として働くためドレイン電流はドレイン電圧に比例する。ドレイン電圧が増加するとドレイン-ゲート間に反転層が形成されなくなるため、ソースから反転層に達する電子量が一定となり、電流は変化しなくなる (図 2.10 (c))。以上のように、n チャンネル MOSFET はゲート電圧が正のときにオンになる。ドレイン電圧が小さい間だけ空乏層から電子がドレイン電極に移動し、ドレイン電圧が大きくなると電子がまた蓄積される。

2.5.3 CMOS

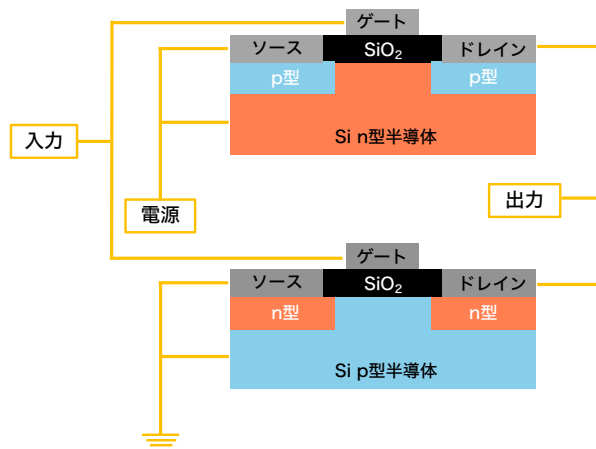


図 2.11: CMOS インバータの構造。

CMOSは、pチャンネル・nチャンネルのMOSFETを相補的に組み合わせることによって実現される。CMOS論理回路で最も基本的な論理ゲートであるCMOSインバータを図2.11に示す。CMOSインバータは入力電圧が低いときはpチャンネルMOSFETのみがオンとなり、pチャンネルMOSFETから出力端子へ電子が流れ込む。入力電圧が電源電圧に近づけばnチャンネルMOSFETのみがオンとなり、nチャンネルMOSFETから出力端子に電子が流れ込む。このように入力が論理のある定常状態、つまり電源電圧もしくはアース電圧のとき、一方のMOSFETは必ずオフになっているため、リーク電流しか流れない。実質的には、電流はオンオフ間の非常に短い過渡状態でしか流れないため、消費電力は非常に低く抑えられる。これがCMOSの重要な特徴の1つである。

CMOSセンサは通常、前述のCMOSをピクセル状にして平面的に並べたものを用いる。CMOSセンサはCCDよりも構造が単純なため、比較的安価で量産がしやすい。その一方でピクセルごとにノイズが異なり、パターン状のノイズが生じるため、高い精度のデータが必要な天文学の分野ではCCDが主流となっていた。近年、技術の進歩によりこのノイズもかなり小さくなってきており、CCDに引けを取らない撮影能力を有するCMOSセンサが実現可能になってきたことが本研究の背景にある。

2.6 本論文の目的

以上で述べた通りCMOSセンサはX線偏光測定を検出器として応用可能性が見込める。実際、衛星に搭載してX線偏光計として用いるための性能評価が行われている(e.g. 春日, 2019)。本論文では、CMOSセンサの中でも特に微小なピクセルサイズである $2.5\mu\text{m}$ ピッチのCMOSセンサについて偏光検出能力の評価を行い、偏光解析および偏光測定の方法について議論する。

また、天体からの偏光を測定できたとして、そこから降着系の幾何構造を知るためには、構造によって観測される偏光がどのように変わるのかを知っておく必要がある。放射エネルギーも同様に、幾何構造によって変わりうる。そこで我々は、降着系の幾何構造と観測される X 線の偏光状態やエネルギーの関係を明らかにするという目的のもと、一般相対論的な効果を考慮した放射輸送シミュレーションのコード開発も進めている。本論文では、第 5 章でこのコードの基本的な設計を説明し、計算結果の妥当性を確認する。

第3章 CMOS センサへの偏光照射実験

この章では、まず実験で用いた CMOS センサと読み出しシステムの諸元について説明する。その後、CMOS センサを用いた X 線測定の方法を述べ、X 線検出器としての基礎性能についてまとめる。最後に、CMOS センサの X 線偏光検出器としての性能評価のために行ったビーム実験の概要を説明する。

3.1 CMOS イメージングセンサ

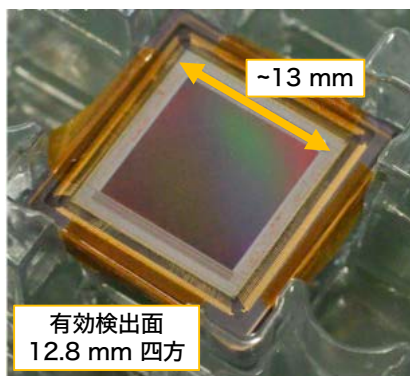


図 3.1: CMOS センサの本体。

本論文では、Gpixel 社 (Gpixel Changchun Optoelectronic Technology Inc., 2019) が開発した CMOS センサを用いる。同社のセンサは可視光の撮像用に開発されたものではあるが、複数種類のセンサについてエネルギー分解能や偏光検出性能の評価が行われており (e.g. Hayashida et al., 2018; Asakura et al., 2019)、近年 X 線検出器としての可用性が注目されている。本研究で用いた CMOS イメージングセンサは $2.5\mu\text{m}$ ピッチの Si CMOS センサが 5120 ピクセル四方で計 25 メガピクセル並んだ製品である。出力形式は 10 bit と 12 bit が利用でき、本研究では 12 bit を用いた。この場合、各ピクセル波高値は 12 bit の上位ビットに 0 を 4 bit 付け加えた 16 bit のバイナリ形式で読み出されるので、0–4095 ADU の範囲を持つ。また、ゲインは基本値の何倍かの値として設定できるようになっており、本研究では、測定する X 線源のエネルギーが出来るだけ大きい ADU に対応するように、エネルギーに応じて 1.5 倍から 3.5 倍の間のゲイン設定値を用いた。センサの仕様を表 3.1 にまとめた。

表 3.1: CMOS センサの仕様

有効ピクセル数	5120 × 5120
ピクセルサイズ	2.5 μm × 2.5 μm
有効面積	12.8 mm × 12.8 mm
読み出しノイズ	1.6 e ⁻
暗電流ノイズ	1 e ⁻ /pixel/s @ 30 °C
シャッタースピード	150 フレーム/s @10-bit, 42 フレーム/s @ 12-bit

3.2 データ読み出し系

図 3.2: CMOS センサのデータ読み出しネットワーク図。

本研究においては、CMOS センサからのデータ読み出しを図 3.2 のようなネットワークを用いて行った。CMOS センサの制御は Windows PC を用いて行い、測定により得られたフレームデータを Windows PC に伝送し、保存する。このデータを格納するフォルダを、ネットワークハブを通じて Mac にマウントすることで解析を行った。また、データ取得は 10 フレームを 1 セットとして行った。10 フレームを撮影する毎に、取得するのに露光時間の数倍程度、保存するのに 10 秒程度の時間を要するためフレームレートは数秒/frame になる。露光時間は長い方がデッドタイムは短くなるが、仕様上 700 ms 程度が上限となっている。

3.3 CMOS センサの基礎性能評価

以下ではまず、偏光検出能力以外の CMOS センサの基礎性能を確認する。KEK-PF での実験 3.4.1 と SPring-8 での実験 3.4.2 では、同等ではあるが異なるセンサを用いた。ここでは特に、SPring-8 実験で用いたセンサ個体の基礎性能評価を行う。

3.3.1 実験のセットアップ

基礎性能評価のための X 線源として ^{55}Fe と ^{241}Am を使用した。3.4 節の偏光照射実験が室温環境で行われることを考慮して、以下の性能評価実験は全て 25 度程度の常温で行っている。実験のセットアップを図 3.3 に示す。

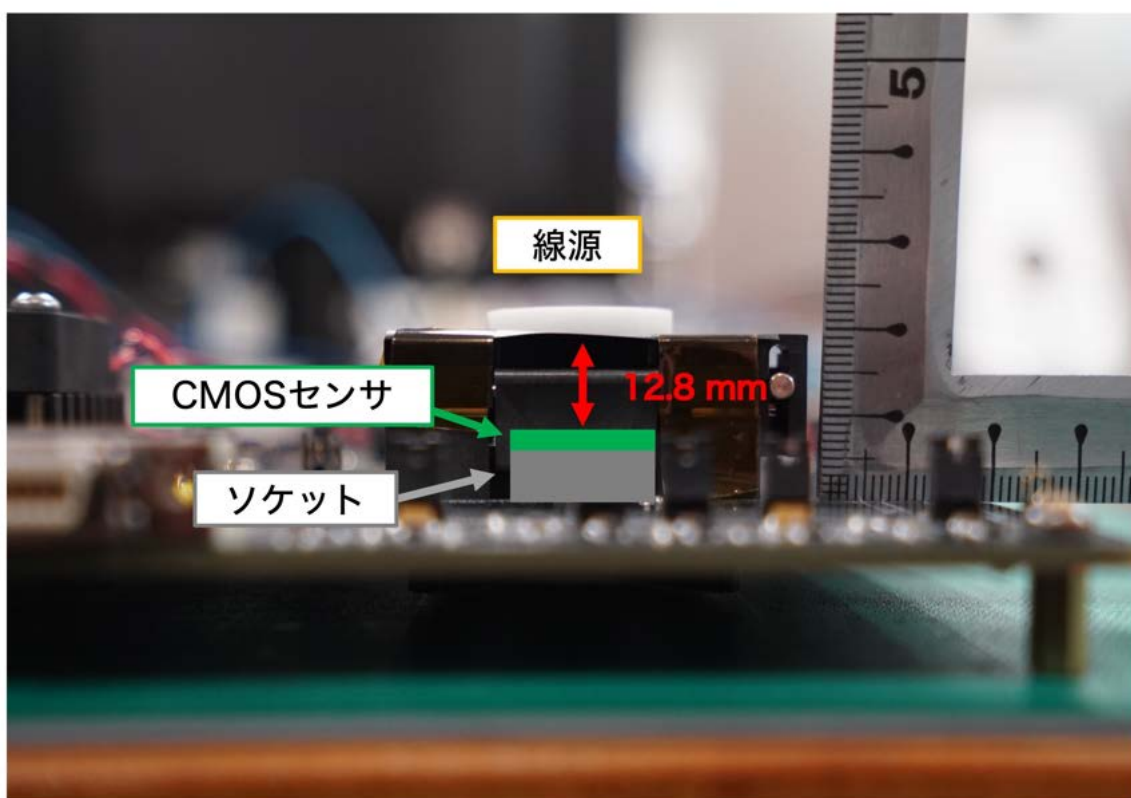


図 3.3: CMOS センサの基礎性能評価のセットアップ。評価ボードからせり出したソケットの上に CMOS センサが設置されており、その周りが黒いソケットカバーで遮光されている。ソケットカバーの開口部は遮光シートで覆い、その上に線源を置いた。

3.3.2 X 線イベント抽出の流れ

CMOS センサを用いてイベント解析を行うためには、まず生の画像データから X 線イベントを抽出する必要がある。イベント抽出は以下のようなプロセスで行う。

1. ペDESTAL除去

一般に、半導体検出器では各ピクセル波高値にノイズが乗るため、イベント判定の前にこれを除去する必要がある。ここで差し引くノイズを、ここではペDESTALと呼ぶ。

2. イベントであることの判定

ペDESTALを除去した後、ある値 (E_{event}) 以上のピクセル波高値を持っていれば、そのピクセルではイベントが検出されたと判定する。ここで用いる E_{event} を「イベント閾値」と呼ぶこととする。

3. イベント形状の判定

イベントが検出されたピクセル周辺で波高値を調べ、ある値 (E_{split}) を越えているピクセルがあれば、それも同じイベントの一部と考える。この E_{split} を越えるピクセルの数と並び方によってイベント形状を判定する。 E_{split} を「スプリット閾値」と呼ぶこととする。

イベント閾値は、ペDESTALを差し引いた後のノイズよりも十分大きく、かつ目標とするX線源のエネルギーよりも十分小さい値に設定する事ができればイベント解析の結果に大きな影響を及ぼすことは無い。しかし、スプリット閾値はその値によってイベント形状を大きく左右するので、特にイベントの方向性が重要な偏光解析においては値の設定に注意が必要である。そのためスプリット閾値については設定値の検討を行った。検討の詳細は4.2に記す。検出されたイベントを含まれるピクセル数が1、2、3のものをそれぞれシングルピクセルイベント、ダブルピクセルイベント、トリプルピクセルイベント、それ以上広がっているものエクステンデッドイベントと分類する。特に、ダブルピクセルイベントについては「最大波高値をとるピクセルの周囲 3×3 ピクセルの中で、中心以外に1つのピクセルがスプリット閾値を越えているもの」と定義しているため、原理的には図3.4の全てが検出されうるが、図3.4の右4つの斜めのイベントは、左4つの縦横のイベントの1%以下しか検出されなかった。そのため、以降でダブルピクセルイベントと呼ぶイベントの形状は図3.4の左4つのみを考える。

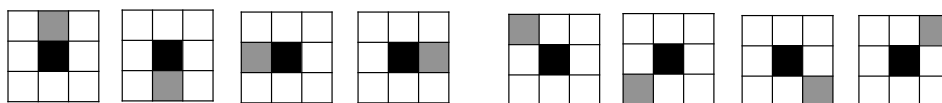


図 3.4: 検出されうるダブルピクセルイベントの形状一覧。黒いピクセルが最大波高値のピクセル、灰色のピクセルがスプリット閾値を越えたピクセルを表す。

3.3.3 検出器ノイズの評価

検出器ノイズには、電子の熱運動によって発生し、露光時間の増加とともに増加する暗電流ノイズと、暗電流とは無関係な読み出し回路由来の読み出しノイズという2種類のノ

イズが含まれている。CMOS センサの読み出しノイズは、公称値で $1.6 e^-$ (表 3.1) と大変小さいため、無視できる程度の値であると推測される。ピクセル検出器の読み出しノイズは線源がない状態で撮影を行い、そこで得られたピクセル波高値の標準偏差として定義されることが多い。

本論文においては、SPring-8 における偏光照射実験で実際に用いた露光時間 93 ms のみについて読み出しノイズの評価を行う。暗電流ノイズの評価については、SPring-8 実験 3.4.2 では 93 ms という短い露光時間で測定を行ったため、無視できる値だと考えて省略する。X 線がセンサに入射しない状態でデータ取得を行い、各ピクセルについて 100 フレームの波高値の平均を取ったものをペDESTAL と定めた (図 3.5(a))。以降、この状態で撮影したフレームデータをダークフレームと呼ぶ。

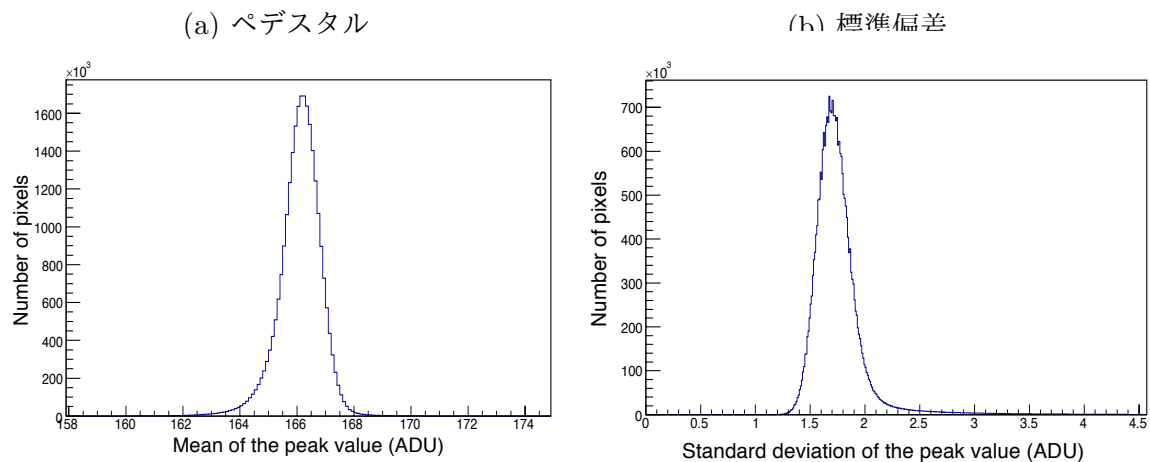


図 3.5: CMOS センサで測定した各ピクセルのペDESTAL と、標準偏差の分布。ゲイン設定値 $\times 1.5$ 、露光時間 93 ms で 100 フレーム測定した、ピクセルごとの波高値の平均をプロットしている。ペDESTAL の値はおよそ 166 ADU であるものが多く、ペDESTAL を差し引いた後のデータにも 2 ADU 程度の値がピクセル波高値に乗っているということがわかる。

また、ピクセル波高値の標準偏差の分布を図 3.5(b) に示している。読み出しノイズをピクセル波高値の標準偏差の中央値と考え、ゲイン $\times 1.5$ のダークフレームのデータから求めると $1.72 \text{ ADU} = 3.9e^-$ であった。フライトモデルの X 線 CCD の読み出しノイズが数 e^- であり (例えば、X 線衛星 *Suzaku* に搭載されていた CCD の読み出しノイズは $3.5e^-$ である。(Koyama et al., 2007))、これと比べても遜色のない小さいノイズであることがわかる。電子数の関係式は、Si の平均乖離エネルギーである $3.65 \text{ eV}/e^-$ を用いた。また、ADU と eV の関係は、3.3.4 項で求めたゲイン関数のうち、シングルピクセルイベントで作成した比例の式で表されるものを用いた。

3.3.4 ゲイン関数

偏光照射実験で用いたゲイン設定値の最小値 $\times 1.5$ と最大値 $\times 3.5$ における波高値とエネルギーの関係式を

$$[\text{エネルギー (keV)}] = a \times \text{波高値 (ADU)} + b \quad (3.1)$$

の形で求める。これをゲイン関数と定義する。エネルギー較正には ^{55}Fe の 5.90 keV (Mn K α) と 6.49 keV (Mn K β)、 ^{241}Am の 13.95 keV, 16.82 keV, 17.75 keV (Np L-lines) を用いた。各線源は露光時間 93 ms でそれぞれ 1000 フレーム、7000 フレームの測定を行った。通常、ピクセル間を電子が移動する際のロスを考慮せずに済むように、エネルギー較正にはシングルピクセルイベントを用いる。しかし、今回の場合は 24 keV ではシングルピクセルイベントがほぼ無いこと (図 3.13(c) を参照) と、偏光解析には主にダブルピクセルイベントを用いることからダブルピクセルイベントのゲイン関数も求めた。

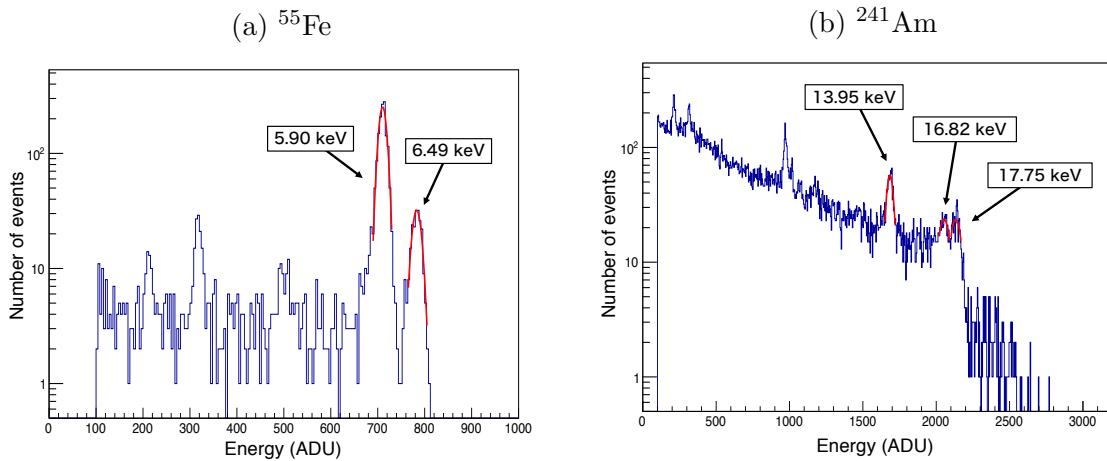


図 3.6: ゲイン設定値 $\times 1.5$ で線源を測定して得られた、シングルピクセルイベントのスペクトル。赤の実線が各ピークの正規分布によるフィット結果を表している。

線源を測定して得られたスペクトルについて、各エネルギーのピークを正規分布でフィットして各ピークの ADU 値を求めた (例: 図 3.6)。そこから ADU と keV の関係式を、式 3.1 の形の関数と単純な比例の式、 $[\text{エネルギー (keV)}] = a \times \text{ADU}$ という形の関数でフィットを行った。得られたパラメータの一覧を表 3.2(左) に示す。シングルピクセルイベントとダブルピクセルイベントで概ね同じ結果が得られた。式 3.1 の形で関数を求めると、全ての場合で定数項 b の値が有意に 0 より大きく、誤差も大きいことが分かる。この値は数 keV 以上の X 線について議論する分には無視できるが、スプリット閾値など数 10 ADU の値を扱う際には無視できず、誤差も大きいため閾値のエネルギーの不定性が大きくなってしまう。そこで本論文では、エネルギー値は不正確にはなるが、一括して $b = 0$ としてゲイン関数を比例の式で定義することにする。

異なるゲイン設定値間のゲイン関数の傾きの比は、理想的には設定値の逆比になる。つまり、今回の場合では

$a_{(\times 1.5)}/a_{(\times 3.5)} = (1.5/3.5)^{-1} \sim 2.333$ が理想的な値である。表 3.2 の右側を見ると、全ての場合で理想的な値と概ね一致していることから、ゲイン関数の傾きは少なくとも $\times 1.5$ から $\times 3.5$ の設定値の間で線型性が概ね保たれていると考えられる。つまり、この間の設定値については単純に逆比をとってゲイン関数を求めても良い。このことを利用し、ゲイン設定値 $\times 2.5$ でのゲイン関数を $a_{(\times 1.5)} \times 1.5/2.5$ によって求めた。

表 3.2: ゲイン関数のパラメータ (左) とゲイン設定値 $\times 1.5$ と $\times 3.5$ の場合での傾きの比 (右)。 b が空欄になっている行は、比例の式でフィットした結果である。また、ゲイン設定値 $\times 3.5$ では ^{241}Am の輝線が検出できなかったため、 ^{55}Fe の 2 つの輝線のみを用いた結果となっている。誤差は、スペクトルフィットの誤差と直線フィットの誤差を伝播させて求めた 1σ の値である。

ゲイン設定値	イベント分類	a (eV/ADU)	b (eV)	$a_{(\times 1.5)}/a_{(\times 3.5)}$
$\times 1.5$	シングルピクセル	8.26 ± 0.02	20 ± 10	2.327 ± 0.009
		8.268 ± 0.003	–	2.308 ± 0.001
	ダブルピクセル	8.28 ± 0.01	40 ± 10	2.36 ± 0.02
		8.3 ± 0.5	–	2.310 ± 0.003
$\times 3.5$	シングルピクセル	3.55 ± 0.01	8 ± 3	
		3.613 ± 0.006	–	
	ダブルピクセル	3.51 ± 0.04	17 ± 7	
		3.613 ± 0.003	–	

この項ではいくつかの種類の種類ゲイン関数を求めたが、以降の解析では、ダブルピクセルイベントを用いて求めた、比例で表される関数をゲイン関数として採用する。

3.3.5 検出効率

本研究で用いた CMOS センサは先行研究 (Asakura et al., 2019; 花坂, 2019) において、以下の通りに検出効率と空乏層厚が報告されている。本論文ではこれらの値が妥当であると考え、議論を進める。

表 3.3: 先行研究で報告されている CMOS センサの検出効率と空乏層厚。

	$1.6\% @ 5.9 \text{ keV}$
検出効率 *	$0.093\% @ 12.4 \text{ keV}$
	$0.0011\% @ 24.8 \text{ keV}$
空乏層厚	$5 \mu\text{m}$

* ダブルピクセルイベント (3.3.2 節参照) のみで求めた値。

3.4 ビームラインを利用した偏光照射実験

検出器の偏光検出性能を評価するためには当然偏光度の分かっている X 線源が必要である。我々は、10–30 keV で高い偏光度を実現できることを条件としてビームラインを検討し、KEK-PF にあるビームライン BL-14A(Ando et al., 1986) と SPring-8 にあるビームライン BL20B2(Goto et al., 2001) で実験を行った。

3.4.1 KEK 実験

2019 年 5 月に KEK-PF(高エネルギー加速器研究機構 Photon Factory) のビームライン BL-14A にて偏光照射実験を行なった。BL-14A は単結晶の構造解析や検出器開発に用いられているビームラインであり、垂直ウィグラー¹を光源として、垂直方向に偏光した 5–80 keV という広い帯域の X 線を取り出すことができる。X 線は、ビーム射出地点から長方形に絞るコリメータと減衰板、ピンホールを通り、検出器に届くような設計となっている。コリメータは最大で 2 mm × 4 mm、ピンホールの直径は 0.1 mm から 0.8 mm の範囲で選択できるようになっている。減衰板はビームラインに用意されている Mo や W、Zr などを使うことができる。

本実験では、当初全測定についてビームをポリスチレン板に照射して散乱させた X 線を測定することを計画していた。散乱光を用いることでセンサー面を全て使うことができ、ほぼ 100%偏光の X 線を得ることができる。その一方で高エネルギーであればあるほど散乱体を透過しやすくなるため、エネルギーが高くなると直接照射するよりもさらに検出効率が落ちる。実際、24 keV でビームを照射したところ、イベントレートがかなり落ちていたため、24 keV 以上ではビームを直接照射した。露光時間はデッドタイムを減らすため長めで、かつソフトウェア上での設定値の切りが良い 465 ms に設定した。16 keV の測定では厚さ 3 mm の散乱体をビームライン上に設置し、そこから 10 cm 離れたセンサーに散乱光を照射した。16 keV、24 keV、30 keV に設定した照射を行い、各エネルギーについて偏光方向に対してセンサを 90 度回転させた 2 つのセットアップで測定を行った。取得したデータの露光時間、減衰板、フレーム数を表 3.4 に示す。

表 3.4: KEK-PF での測定諸元。それぞれの測定について同じ条件でダークフレームを 100 フレーム取得した。

エネルギー	取得フレーム数	減衰フィルタ	ピンホール直径 (mm)
16 keV	1800	なし	0.8
24 keV	3000	Zr 100 μ m	0.8
30 keV	500	Zr 300 μ m	全開

¹ウィグラーとは、磁石を複数組み合わせることで電子を周期的に蛇行させ、蛇行の都度発生する放射光を干渉させることによって強度の強い放射光を得られるようにしたもので、中でも特に磁場が強いもののことを言う。

(a) 24, 30 keV

(b) 16 keV

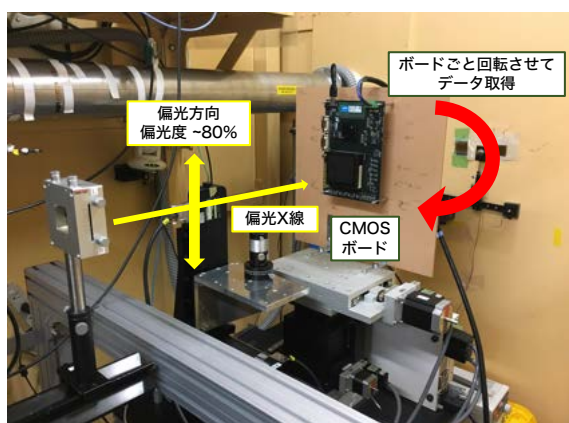


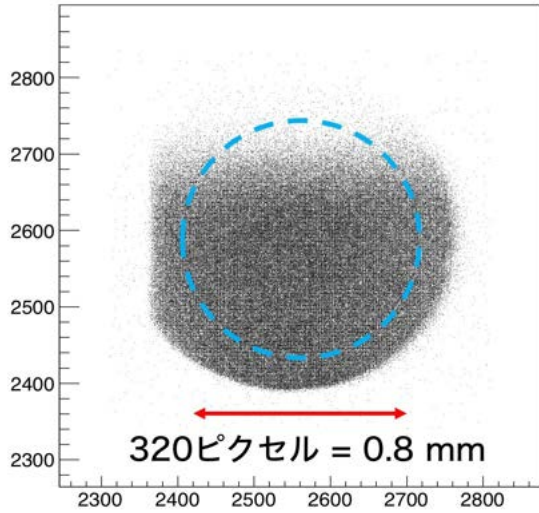
図 3.7: KEK 実験のセットアップ。(a) 24 keV では直接、(b) 16 keV ではポリスチレン散乱体で 90 度散乱させたビームをボードに当てた。ボードごと回転させることによって異なる偏光角の測定を行った。これらの写真のボードの向きを 0 度と定義している。

16 keV では散乱光を用いたのでセンサの全面のデータを用い、24 keV と 30 keV については、ビームを直接照射したため、解析に用いる領域をビームの当たっている直径 0.8 mm の円形領域に制限した。図 3.8 が実際に取得したビームのイメージであり、ビームが円形であることがわかる。

各エネルギーについて以下の図 3.9 のスペクトルが得られた。次章のイベント解析では図中のピーク部分付近の網掛け部分のエネルギー帯域のイベントのみを用いることとする。これは、ビーム由来ではない X 線と、ビーム由来ではあるがエネルギーを検出器に落としきっていない X 線を除外するためである。具体的な ADU 値は、16 keV(図 3.9(a))では 3400–3800、24 keV(図 3.9(b))では 2600–2900 である。

30 keV についても測定を行なったが、スペクトル上でピーク検出することができなかつたため(図 3.10 参照)、偏光解析は 16 keV と 24 keV のデータについてのみ行った。30 keV のピークが検出できていないのは、検出器の空乏層が薄いため、検出器を透過してしまっていることが原因であると考えられる。

(a) 0度回転



(b) 90度回転

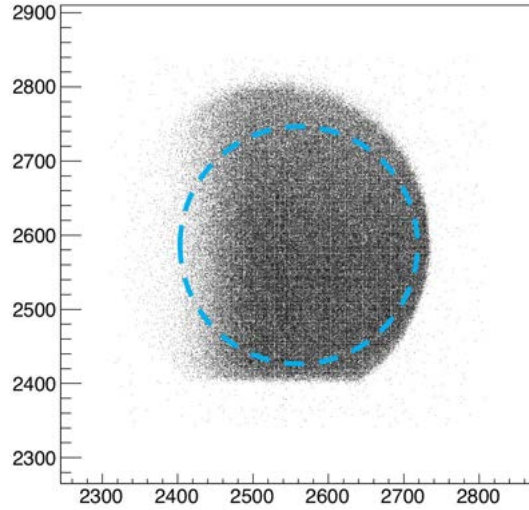
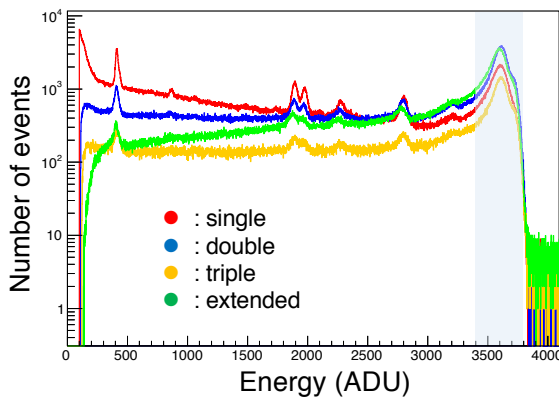


図 3.8: 24 keV ビームのイメージ。縦軸、横軸ともにピクセルの座標で、センサー面上でのビーム中心付近の 100 分の 1 程度の領域を表示している。ADU の値が 2500–3000 の全イベントを用いて描画した。破線は (a) のビーム中心を中心とした半径 160 ピクセルの円であり、この内側の領域を 24 keV の解析に用いた。円形のビームの端が切り取られたような形になっているのは、コリメータの縁の部分が見えているためである。

(a) 16 keV



(b) 24 keV

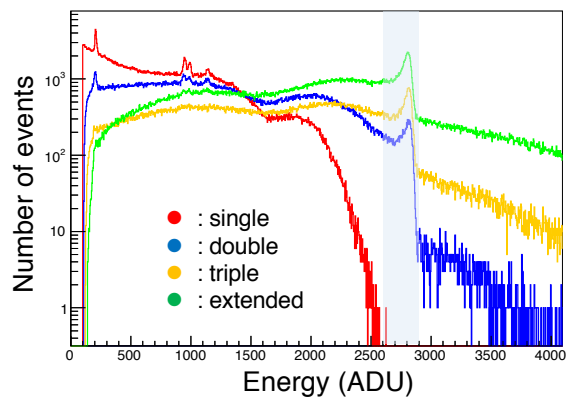


図 3.9: KEK-PF 実験で得られたスペクトル。それぞれ 4 種類のイベントごとに色を分けて描画している。網掛け部分が解析に用いたエネルギー帯域である。

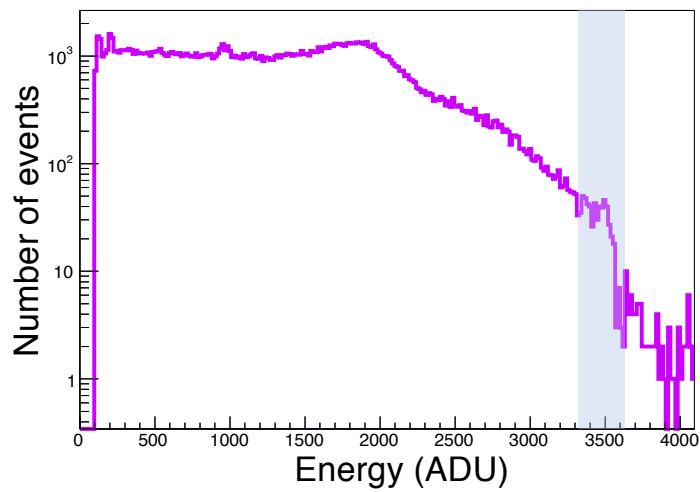


図 3.10: 検出された全イベントを用いて描いた、30 keV 測定のスเปクトル。網掛け部分が 30 keV ピークの期待される位置を表す。

3.4.2 SPring-8 実験

2019年11月にSPring-8(Super Photon ring-8 GeV)のビームラインBL20B2にて偏光照射実験を行なった。BL20B2は、高エネルギー電子の軌道を偏向電磁石によって曲げることによって起こるシンクロトロン放射を光源として、水平方向にほぼ100%偏光した5–113 keVの広帯域のX線を取り出すことができる。特筆すべきはそのビームサイズで、ビームラインが光源から約200 m 離れているため、最大で300 mm × 20 mm まで広がったビームを照射することができる。ビーム射出口からコリメータを通過してハッチ内にX線が届き、その下流に減衰フィルタを取り付けて強度を調節する。

本実験では、ビームの強度調整をするためにCuとAlのシートを準備し、測定の見積もりを行った。これらを用いることでビームの強度調整が容易にできたので、デッドタイムは大きくなるが、時間効率を上げるためにKEKよりも短い93 msの露光時間で全ての測定を行った。施設の2軸並進(z, y) + 3軸回転($\theta_x, \theta_y, \theta_z$)ステージの上に回転ステージを設置し、それにセンサボードを取り付けることでセンサをビームと垂直な方向に回転させた。測定は10 keV、16 keV、24 keVに設定したビームについて22.5°刻みの8つの回転角について行った。また、本実験ではコリメータでビームを10 mm × 10 mmに絞って測定を行った。

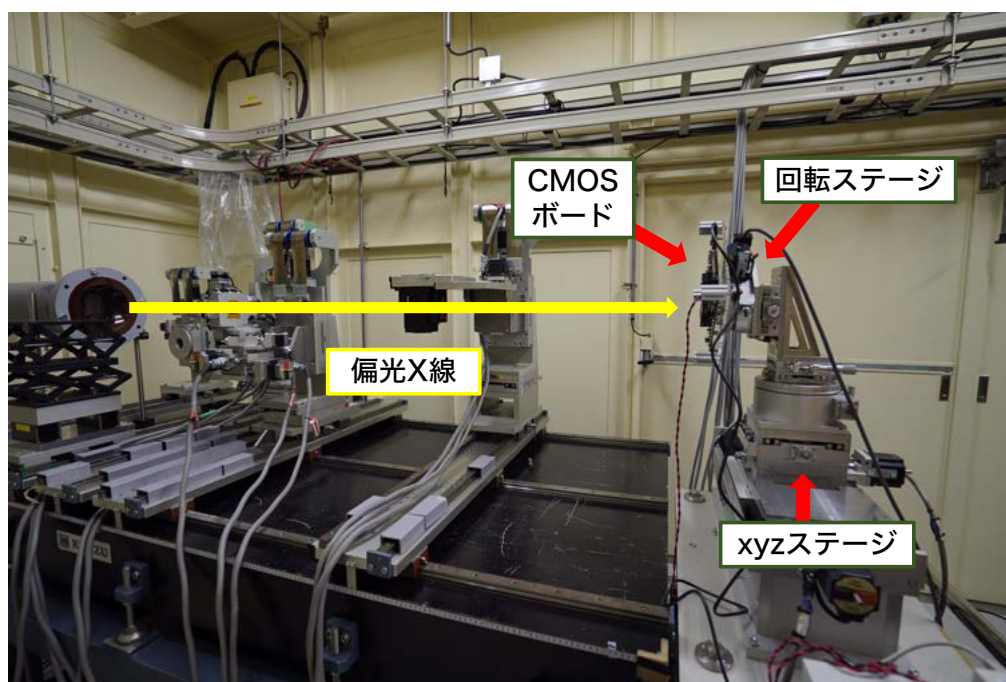


図 3.11: SPring-8 実験のセットアップ。

表 3.5: SPring-8での測定諸元。それぞれの測定について同じ条件でダークフレームを110フレーム取得した。

エネルギー	取得フレーム数	減衰フィルタ
10 keV	110	Al 600 μm
16 keV	110	Cu 70 μm + Al 480 μm
24 keV	410	Cu 245 μm

実際に、24 keV の測定で得られた X 線ビームのイメージが図 3.12 である。検出器面の大部分にビームが当たっており、その大きさはコリメータで絞った通りの約 1 cm 角の正方形に絞られている。

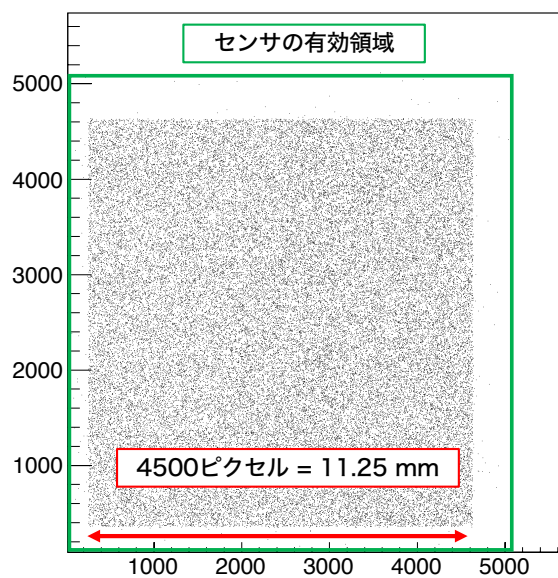


図 3.12: 24 keV ビームのイメージ。縦軸、横軸ともにピクセルの座標を表す。緑の枠内がセンサの有効ピクセル領域である。ADU の値が 2500–3000 のダブルピクセルイベントのみで描画している。

各エネルギーについて以下の図 3.13 のスペクトルが得られた。次章のイベント解析で

は、KEK-PF 実験と同じ理由で図中のピーク部分付近の網掛け部分のエネルギー帯域のイベントのみを用いることとする。具体的な ADU 値は 10 keV(図 3.13(a)) では 2700–2850、16 keV(図 3.13(b)) では 3150–3300、24 keV(図 3.13(c)) では 2850–2950 である。

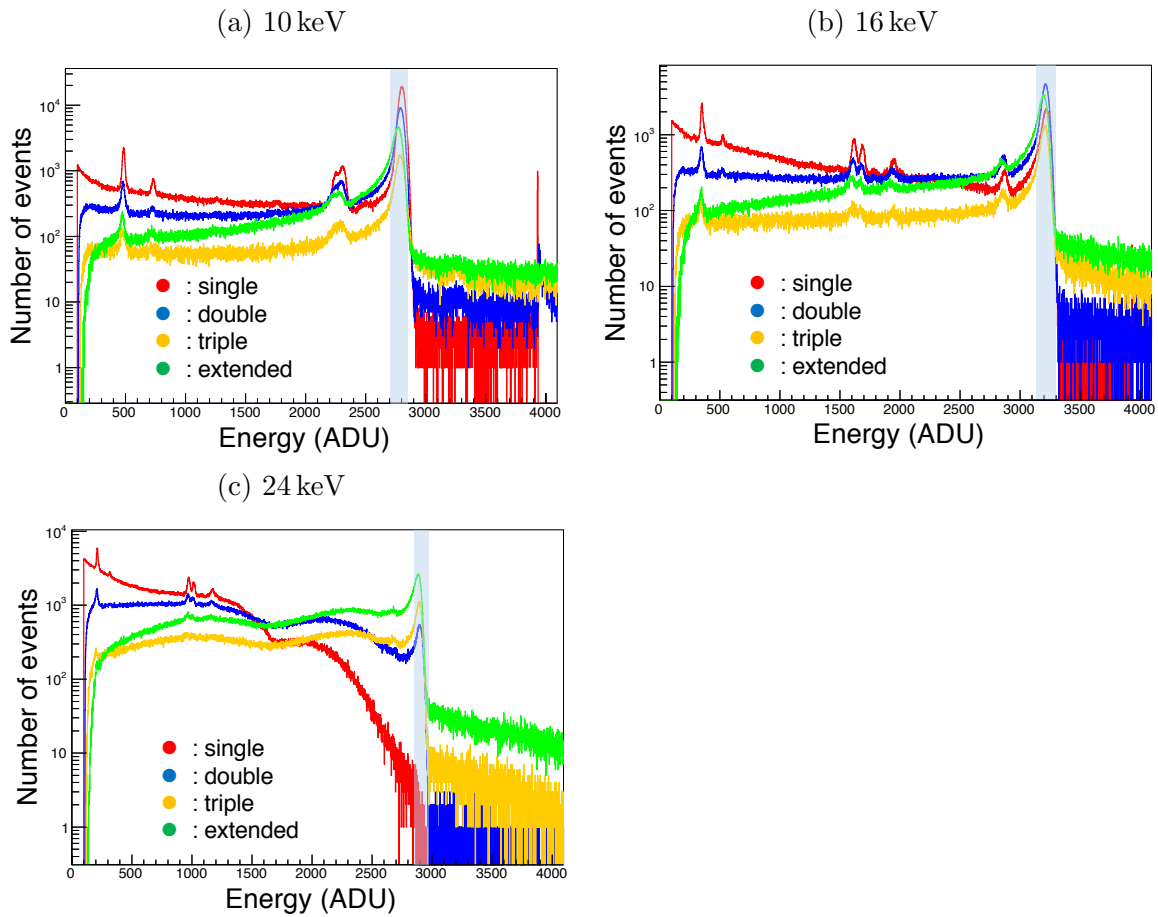


図 3.13: SPring-8 実験で得られたスペクトル。それぞれ 4 種類のイベントごとに色を分けて描画している。網掛け部分が解析に用いたエネルギー帯域である。

第4章 CMOS センサを用いた偏光解析

この章では、CMOS センサで得られたデータの偏光解析について、詳細を説明する。まずそもそも偏光をどのように検出するのかの検討、続いて偏光検出性能の評価を行う。その後、偏光パラメータの推定を行い、実際に偏光 X 線を観測して偏光方向と偏光度を求める方法を検討する。最後に、広がったイベントの偏光解析について議論する。

4.1 偏光検出方法の検討

偏光を検出す
乱断面積は \cos^2

せよ、微分散
照)。

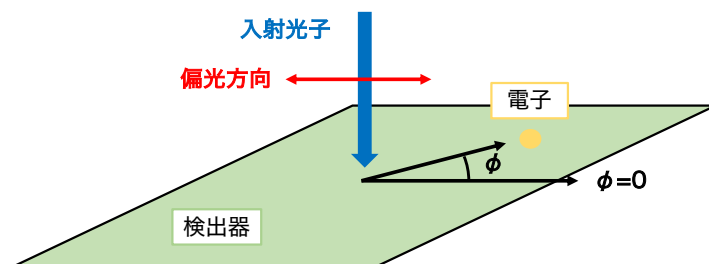


図 4.1: 検出器と光子の反応の概念図。光子が検出器に垂直に入射した場合を考えており、 ϕ は検出器面上での入射光子の偏光方向と (光) 電子の放出方向のなす角である。光電吸収では $\phi = 0$ 方向、コンプトン散乱では $\phi = \pi/2$ 方向に (光) 電子が放出されやすい。

ここで用いる ϕ は、光子が検出器に対して垂直に入射する場合は検出器平面上の角度になり、(光) 電子の射出方向は $a \sin(2\phi + b) + c$ という形の確率分布に従うと考えられる。実際、偏光解析においてはイベントの方向分布を三角関数でフィットするという方法がよく用いられている。検出器の偏光検出性能の指標としては Modulation Factor(MF) という 100% 偏光を測定した時に検出されるイベント方向の偏り度合いに相当する量が用いられている。具体的には、イベント方向の分布が $F(\phi) = A \sin(2\phi + B) + C$ という関数で表せるとき、

$$MF = \frac{1}{f} \frac{A}{C} = \frac{1}{(\text{偏光源の偏光度})} \frac{(\text{単位角度当たりのイベント数の振幅})}{(\text{単位角度当たりの平均イベント数})} \quad (4.1)$$

という式で計算される。 F は一般にモジュレーションカーブと呼ばれ、この F の式が分かっているならば、実際に偏光 X 線の測定データから偏光度 f と偏光角 ϕ_0 を

$$f = \frac{1}{MF} \frac{A}{C}, \quad \phi_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{B}{2} \quad (4.2)$$

と求めることができる。

ガス検出器による偏光測定では、図 4.2(a) のような電子の飛跡が得られ、ここからイベントの 2 次モーメントを計算するなどして電子の射出方向を推定する。一方で、CMOS センサで得られたイベント形状は図 4.2(b) のような広がり数ピクセル程度のものが大半であり、多くのピクセルに電子の飛跡が広がるガス検出器での解析と同じ方法で解析するのは無理がある。

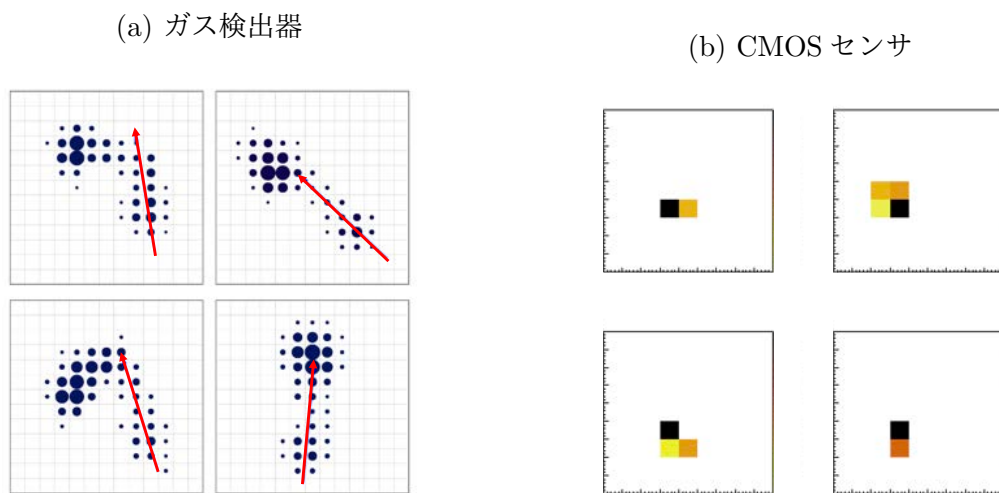


図 4.2: CMOS センサとガス検出器で検出されたイベントイメージの比較。(a) ピクセルサイズ $130 \mu\text{m}$ のガス検出器で 6.4 keV を測定した際に得たイベントのイメージ (Black et al. 2007 より引用)。丸が大きいピクセルほど電子の落としたエネルギーが大きく、矢印は推定される光電子の射出方向を表す。(b) ピクセルサイズ $2.5 \mu\text{m}$ の CMOS センサを用いた、KEK-PF での 24 keV の測定で得られたイベントのイメージ。全イベントのうち 4 イベントを無作為に抽出した。色の濃いピクセルほど電子の落としたエネルギーが大きい。

KEK-PF で得たイベントの広がり分岐比を図 4.3 に示す。¹ 16 keV では 2 ピクセル、 24 keV では 4 ピクセルに広がっているイベントが最も多いが、数ピクセル程度に広がったイベントからは光電子の射出方向を推定しにくい。そこで、まず偏光情報を端的に表すと考えられるダブルピクセルイベントのみを用いて偏光解析を行う。なお、これ以降は 3 ピクセルイベント以上に広がったイベントを全てエクステンデッドイベントと分類することにする。

2.3 節でも触れた、「光電子は進めば進むほど多くのエネルギーを落とすようになる」という性質を考慮すると、光電子は波高値が低い方のピクセルで生成され、最大波高値のピクセルで止まったと考えられる。ダブルピクセルイベントのみを考えると、実際に検出さ

¹この分岐比は 4.2 で述べる最適化後の閾値で調べたものとなっている。

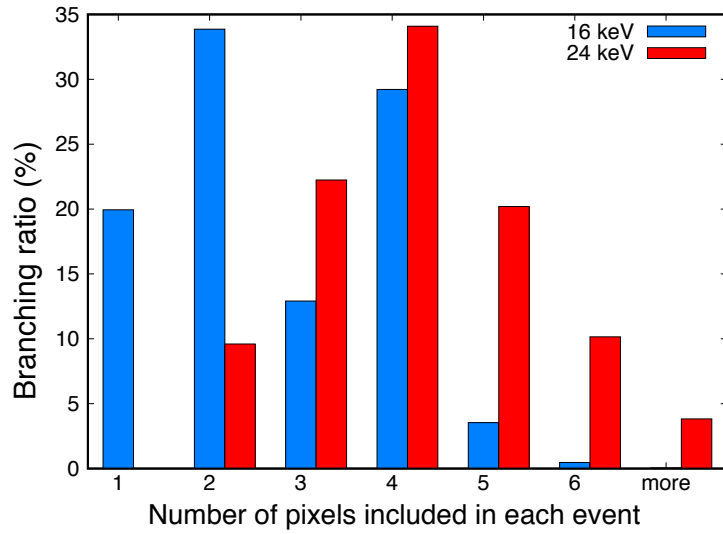


図 4.3: イベントに含まれるピクセル数で分類した場合のイベント分岐比。イベント分類の方法については 3.3.2 節を参照。

れるイベントは 4 種類のみであるから方向は上下左右の 4 方向に限られてしまい、そのままでは偏光方向を検出することができない。検出器を回転させたり、複数の検出器を用意したりする工夫が必要となる。しかし MF を求めるだけで良ければ、検出器をピクセルの並ぶ方向が偏光方向と平行になるように設置し、簡略化した MF の式、

$$MF = \frac{1}{f} \frac{N_{\parallel} - N_{\perp}}{N_{\parallel} + N_{\perp}} \quad (4.3)$$

を計算すれば良い。ここで N_{\parallel} 、 N_{\perp} はそれぞれ偏光方向と平行なイベント、垂直なイベントの数である。

4.2 偏光検出性能の評価

この節では、KEK-PF 実験 3.4.1 で得た測定データを用いた CMOS センサの偏光検出性能評価について議論する。ダブルピクセルイベントのみを用いて偏光検出性能を評価するに当たり、図 4.4 の通りに 0 度方向、90 度方向、180 度方向、-90 度方向を定義する。ダブルピクセルイベントの方向は、最大波高値のピクセルを基準としたイベント広がり方向として定義する。この 4 方向以外のイベントはほぼ存在しないため、無視して考える。以後、各方向のイベント数を N_0 、 N_{90} 、 N_{180} 、 N_{-90} とし、ダブルピクセルイベント中での各方向のイベントの比率を n_0 、 n_{90} 、 n_{180} 、 n_{-90} と書くことにする。つまり、全ダブルピクセルイベントの総数 N は、 $\theta = \{0, 90, 180, -90\}$ のとき $N = \sum^{\theta} N_{\theta}$ であり、 n_{θ} と N_{θ} の関係は $n_{\theta} = N_{\theta}/N$ と表せる。

以上の定義を用いると、偏光方向が 0 度方向のときは式 4.3 における N_{\parallel} と N_{\perp} はそれぞれ $N_{\parallel} = N_0 + N_{180}$ 、 $N_{\perp} = N_{90} + N_{-90}$ と表せ、MF を計算することができる。以降、KEK-PF での測定に関しては、“0deg” を入射 X 線の偏光方向が 0 度方向、180 度方向に一致するセットアップ、“90deg” を入射 X 線の偏光方向が 90 度方向、-90 度方向に一致するセットアップと定義する。

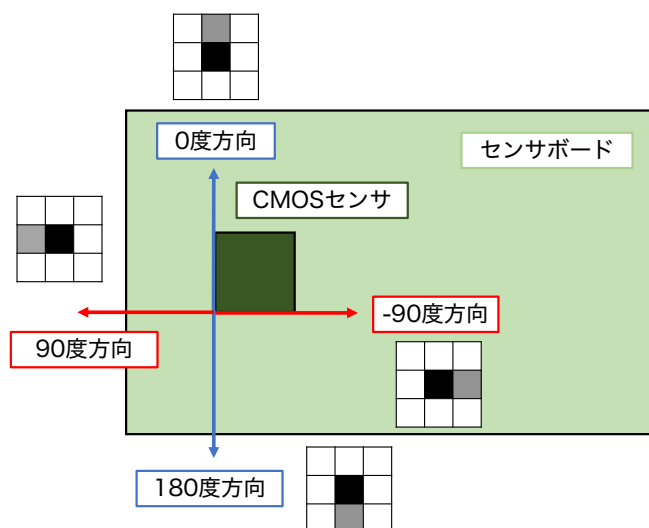


図 4.4: CMOS センサ上でのイベント方向の定義。評価ボードをセンサ面側から見た図になっている。3 × 3 のピクセルは各方向に対応するダブルピクセルイベントを表し、黒のピクセルが最大波高値、灰色のピクセルが同じイベントと判定されたもう 1 つのピクセルである。

しかし、検出器自体にイベントの広がりやすい方向の偏りがある可能性があるため、まず“0deg”と“90deg”での測定結果から、無偏光を照射した場合の分岐比を調べた(図 4.5)。24 keV ではイベント方向の偏りはほぼ無視できるが、16 keV では誤差の範囲を超えた偏りがあり、0 度方向、180 度方向にイベントが広がりやすいことがわかる。センサを形成する半導体の内部構造の非対称性がこのような偏りが生じる原因の 1 つとして考えられる。

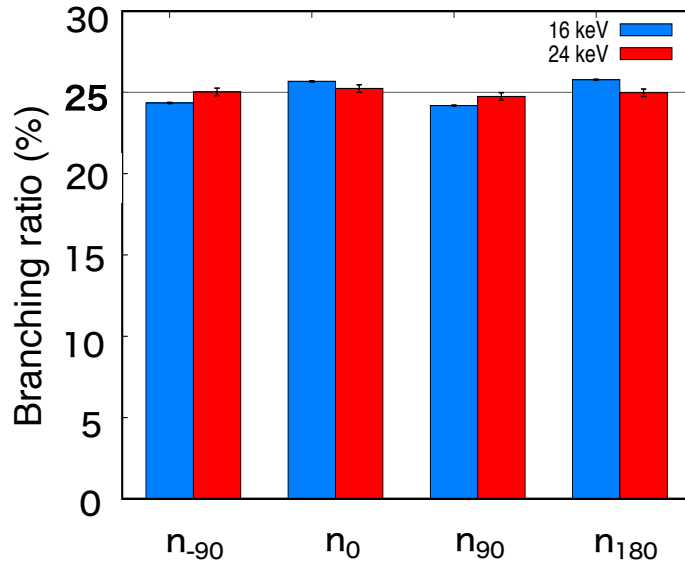


図 4.5: “0deg” と “90deg” から算出した、無偏光 X 線を測定した場合のイベント方向の偏り。両セットアップでの分岐比の平均をとった。

以後は、

$$\begin{aligned}
 & (\theta \text{ 方向の補正係数 } C_\theta) && (4.4) \\
 & = \frac{(\text{イベントの広がりやすさに異方性がない場合の } \theta \text{ 方向のイベント分岐比})}{(\text{実際に無偏光を測定した際の } \theta \text{ 方向のイベント分岐比})} \\
 & = \frac{0.25}{n_\theta}
 \end{aligned}$$

と定義した補正係数を各 n_θ もしくは N_θ に乗じることにより偏りを補正した上で解析を行う。KEK-PF と SPring-8 の各測定エネルギーの補正係数を表 4.1 に示す。

表 4.1: 補正係数の一覧。誤差は、各方向のイベント数の分布が正規分布に従うとして場合の統計誤差を伝播させて求めた 1σ の値。以降では、特に但し書きがない限り、イベント数の統計誤差のみを誤差として考えそれを伝播させた 1σ の値を誤差として表示する。

実験施設	エネルギー	C_{-90}	C_0	C_{90}	C_{180}
KEK	16 keV	1.034 ± 0.004	0.973 ± 0.003	1.027 ± 0.004	0.970 ± 0.004
	24 keV	1.01 ± 0.03	0.99 ± 0.03	1.00 ± 0.03	1.00 ± 0.03
SPring-8	10 keV	1.034 ± 0.004	0.963 ± 0.004	1.037 ± 0.004	0.970 ± 0.004
	16 keV	1.031 ± 0.006	0.969 ± 0.005	1.032 ± 0.006	0.972 ± 0.005
	24 keV	1.02 ± 0.02	0.98 ± 0.01	1.02 ± 0.02	0.98 ± 0.01

3.3.2 でも述べた通り、スプリット閾値によって検出されるイベントの形状が左右されるので、適切な設定値を検討する必要がある。スプリット閾値をいくつかの値に設定し、

各設定値について式 4.3 により MF を計算すると、図 4.6 のようになる。16 keV では、スプリット閾値が 30–50 eV 辺りで MF が最高になるピークを確認できる。これは、スプリット閾値が高すぎると本来のイベントの一部だけをイベントとして判定してしまうようになり、逆に低すぎるとノイズもイベントの一部だと判定してしまうようになるためイベントの偏光依存性が低下するためだと解釈することができる。

24 keV ではスプリット閾値を下げれば下げるほど MF は良くなる傾向があるが、下げ過ぎると統計量が減ってしまうため望ましくない(図 4.7 参照)。以上を考慮し、16 keV のスプリット閾値を MF を大きくし、かつダブルピクセルイベントの割合が減りすぎない値として 42 eV に設定する。24 keV では 16 keV のような MF のピークを確認できなかったが、ダブルピクセルイベントの割合が減りすぎない値として 83 eV に設定した。SPring-8 実験の解析で用いた値も含めた、最適化後のスプリット閾値の値を表 4.2 に示す。

表 4.2: 最適化後のスプリット閾値の値。ADU とエネルギーの変換は比例の式を用いている。

エネルギー	10 keV	16 keV	24 keV
KEK	–	42 eV	83 eV
SPring-8	36 eV	50 eV	83 eV

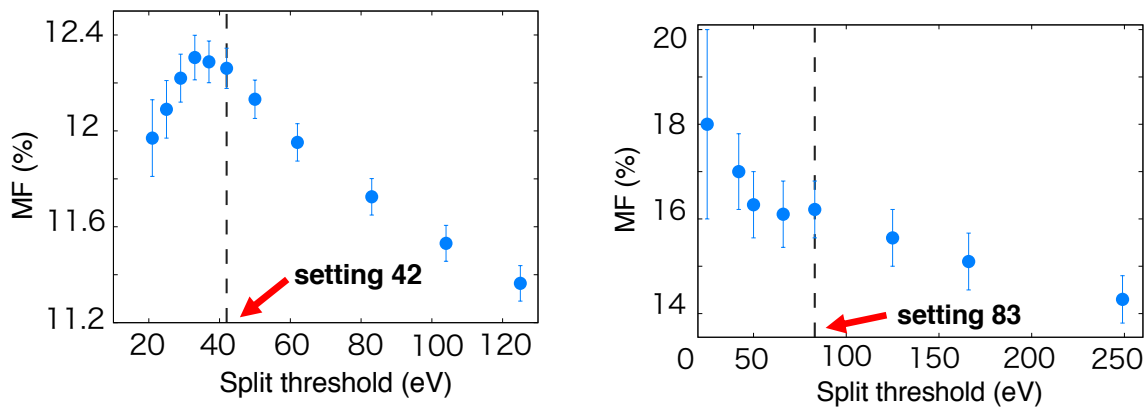


図 4.6: スプリット閾値を変えたときの MF の変化。最終的に設定した値を灰色の破線で示している。(b) の MF は、ビームが 100% 偏光だと仮定したときの値である。

イベント方向の偏りの補正とスプリット閾値の最適化を行った結果、KEK-PF における 16 keV と 24 keV の測定における n_θ は図 4.8 の通りになった。

“0 deg” と “90 deg” の n_θ をそれぞれ $n_{(0)\theta}$ 、 $n_{(90)\theta}$ とすると、式 4.3 に

$$N_{\parallel} = n_{(0)0} + n_{(0)180} + n_{(90)90} + n_{(90)-90} \quad (4.5)$$

$$N_{\perp} = n_{(0)90} + n_{(0)-90} + n_{(90)0} + n_{(90)180} \quad (4.6)$$

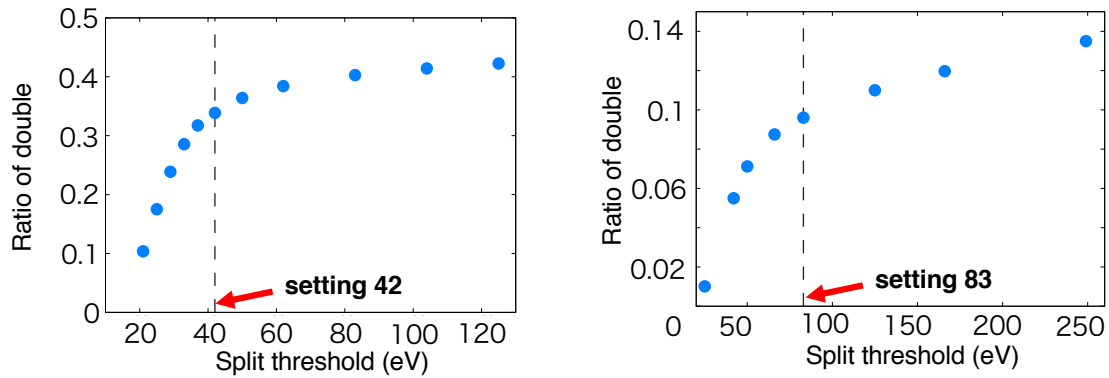


図 4.7: スプリット閾値を変えたときの全イベント中でのダブルピクセルイベント数の比の変化。

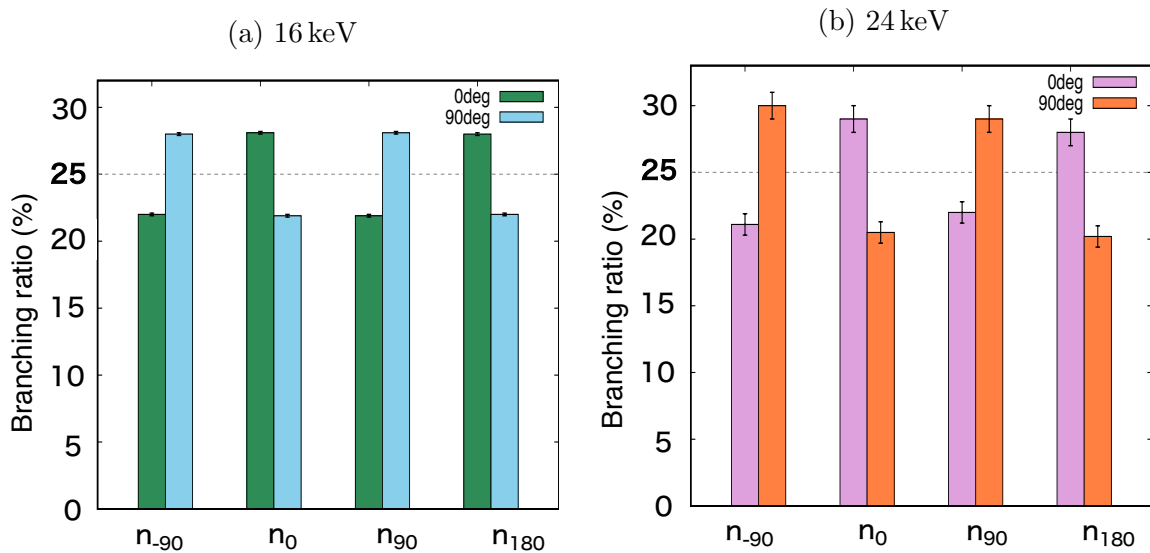


図 4.8: KEK-PF での 16 keV、24 keV の測定それぞれにおける条件最適化後の n_θ 。

を代入することによって MF が求まる。その値は 16 keV で $12.30 \pm 0.08\%$ 、24 keV で $16.2 \pm 0.6\%$ であった。

4.3 偏光パラメータの推定

4.2節では、ダブルピクセルイベントを用いて偏光検出性能を評価した。この方法は単純な性能評価に用いる分には良いが、偏光方向と偏光度が分かっていることが前提となっているため、実用性は無い。本節では、SPring-8における実験(3.4.2節参考)の測定データを用いて、実際に測定データからどのように偏光度と偏光方向を推定するかについて議論する。前節ではダブルピクセルイベントの方向を4方向に分類していたが、偏りの補正さえしてしまえば、0度方向と180度方向、90度方向と-90度方向のイベントは同じ扱いをして良い。そのため、以降では $n_x = n_0 + n_{180}$ 、 $n_y = n_{90} + n_{-90}$ として、2種類の方向のみを考えることとする。図4.4における青矢印の方向が x 方向、赤矢印の方向が y 方向となる。

SPring-8実験において“0度セットアップ”を検出器の x 方向が偏光方向と垂直なセットアップ、“90度セットアップ”を検出器の x 方向が偏光方向と平行なセットアップと定義する。

4.3.1 検出器モジュレーションの決定

SPring-8では22.5°刻みで検出器の角度を変えながら測定を行うことで様々な偏光角の測定データを取得したため、ダブルピクセルイベントのみを用いても、各偏光角のデータからモジュレーションカーブに相当するものが描けると予想できる。各偏光角のデータで n_x を調べると、 x 方向が偏光方向と平行なときは n_x が最大になり、直交するときは n_x が最小となる。従って、 n_x をプロットすることでモジュレーションカーブが得られるはずである。解析では“0度セットアップ”と“90度セットアップ”の測定データからイベント方向の偏りを求めて補正係数を求め(補正係数の値は表4.1にまとめてある)、スプリット閾値は前項で設定したものと同一値を用いた。その上で、22.5°刻みの8点について n_x を調べ、このデータ点を $F(\phi) = A \sin(2\phi + B) + C$ という関数でフィットすると図4.9のような曲線が得られた。

ビームの偏光度を100%として、 F の式からMFを求めた(式4.1参照)。この場合は偏光方向は既知ではあるが、求められたパラメータから式4.2を用いて計算することもできる。実際に得られたMFと偏光方向を表4.3に記す。先行研究(Asakura et al., 2019)の結果($7.63 \pm 0.07\%$ @12.4 keV、 $15.5 \pm 0.4\%$ @24.8 keV)と矛盾しないMFが得られており、偏光方向である90度も正しく求められている。

表 4.3: SPring-8 実験で得られたモジュレーションカーブのパラメータと、それから計算した MF の値と偏光方向。

エネルギー	A	B	C	MF	偏光方向
10 keV	0.0222 ± 0.0003	-1.55 ± 0.02	0.5008 ± 0.0002	$4.25 \pm 0.06\%$	$89.4 \pm 0.3^\circ$
16 keV	0.0595 ± 0.0003	-1.575 ± 0.005	0.5002 ± 0.0002	$11.53 \pm 0.06\%$	$90.1 \pm 0.2^\circ$
24 keV	0.076 ± 0.002	-1.58 ± 0.02	0.501 ± 0.001	$14.9 \pm 0.4\%$	$90 \pm 1^\circ$

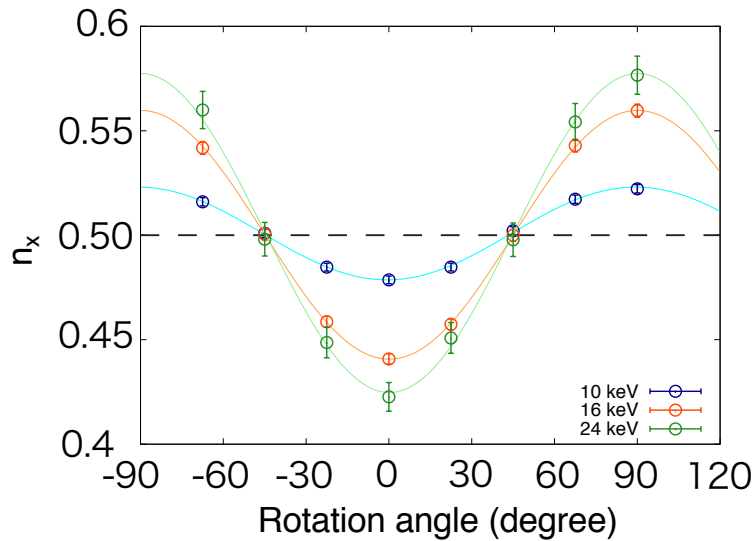


図 4.9: SPring-8 実験の各回転角での n_x から生成したモジュレーションカーブ。検出器の回転角は、“0度セットアップ”を基準とした図 4.4 の各イベント方向と一致している。各エネルギーについて、各測定角 ϕ での n_x を $F(\phi) = A \sin(2\phi + B) + C$ という形の関数でフィットした。なお、“0度セットアップ”における偏光角は 90 度である。

先行研究とは解析条件が異なるので、これとの比較で実験結果の妥当性を判断するのは無理がある。そこで、別の判断方法として、数値シミュレーション上で実験と同じ条件の X 線を検出器に照射し、同じ解析により同じ MF の値を再現できるか確かめるという方法を採用する。ここではより単純な条件下で比較を行うため、前節の“0度セットアップ”と“90度セットアップ”のみから MF を求める方法を用いる。この方法により、実測定データからは 10, 16, 24 keV でそれぞれ $4.27 \pm 0.01\%$, $11.9 \pm 0.2\%$, $15.7 \pm 0.4\%$ を得た。角度依存性が際立つ 2 つのセットアップを用いているため、MF の値は全ての角度のセットアップでのデータを用いた場合 (表 4.3) よりも大きくなっている。数値シミュレーションのツールとしては、シミュレーションライブラリ Geant4(GEometry ANd Tracking : Agostinelli et al. 2003; Allison et al. 2006, 2016) を利用して半導体検出器のモンテカルロシミュレーションができるように設計された Compton Soft(Odaka et al., 2010) を用いた。数値シミュレーションでは、10, 16, 24 keV についてそれぞれ $4.25 \pm 0.09\%$, $11.1 \pm 0.5\%$, $16.4 \pm 0.7\%$ の MF を得た。概ね値が一致しており、このことから実験結果の妥当性が確かめられた。

4.3.2 偏光測定方法の確立

前項で得られたモジュレーションカーブ F を用いて、実際に測定データから偏光パラメータを推定する方法を考える。100%偏光ではない偏光角 ϕ_1 偏光度 P_1 の X 線を測定す

ると、 F の振幅を P_1 倍した曲線上の、角度 ϕ_1 での n_x の値 n_{x1} が得られ、これらの値は、 $n_{x1} = F_1(\phi_1) = P_1 A \sin(2\phi_1 + B) + C$ という関係を満たすはずである。2つの偏光パラメータ(ϕ_1, P_1)を求めるためには、偏光角を $\phi_2 = \phi_1 + d$ (d は定数)とした場合の得られる n_x についての式、 $n_{x2} = F_1(\phi_2) = P_1 A \sin(2\phi_2 + B) + C = P_1 A \sin(2\phi_1 + 2d + B) + C$ を用いれば良い。つまり、ある光源からのX線を、入射軸に対して垂直に角度 d だけ異なる検出器で測定すれば良い。ここでは、計算を単純化するために $d = 45^\circ$ として、2つの検出器を45度だけ角度を変えて設置することを想定する。この場合、偏光パラメータを求める式は、

$$n_{x1} = P_1 A \sin(2\phi_1 + B) + C \quad (4.7)$$

$$n_{x2} = P_1 A \cos(2\phi_1 + B) + C \quad (4.8)$$

であることから、 ϕ_1, P_1 はそれぞれ

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \left\{ \arctan \left(\frac{n_{x1} - C}{n_{x2} - C} \right) - B \right\} \quad (4.9)$$

$$P_1 = \frac{\sqrt{(n_{x1} - C)^2 + (n_{x2} - C)^2}}{A} \quad (4.10)$$

と求められる。

ここでは、SPring-8実験(3.4.2節参照)で得られた異なる偏光角の測定データを、同じX線を異なるCMOSセンサで測定したデータと考えることによって、偏光方向が推定可能か議論する。測定データをそのまま用いても良いが、実際の観測を考え、 22.5° 刻みではない偏光角のデータを異なる角度での測定データを混合することにより生成する。混合したデータの偏光方向はストークスパラメータを用いて計算することができる。偏光角 ϕ 、偏光度 P の光子のストークスパラメータは $(I, Q, U) = (I, IP \cos 2\phi, IP \sin 2\phi)$ で与えられる。 I は放射強度であるが、フレームあたりのイベント数は変化しないと考え、ここではフレーム数とする。 $\phi = 0^\circ$ のデータ100フレームと $\phi = 45^\circ$ のデータ300フレームを混合すると、得られるデータのストークスパラメータ (I', Q', U') は

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 300 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 400 \begin{pmatrix} 1 \\ P' \cos 2\phi' \\ P' \sin 2\phi' \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

となることから、偏光パラメータは

$$P' = \frac{\sqrt{Q'^2 + U'^2}}{I'} = 0.79\% \quad (4.12)$$

$$\phi' = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{U'}{Q'} \right) = 35.78^\circ \quad (4.13)$$

と計算できる。このデータをデータ1とする。同様にして、 $\phi = 45^\circ$ のデータ100フレームと $\phi = 90^\circ$ のデータ300フレームを混合すると $P'' = 0.79$ 、 $\phi'' = 80.78^\circ = \phi' + 45^\circ$ のデータができる。これをデータ2とする。本研究では、データ1、データ2を解析し、得

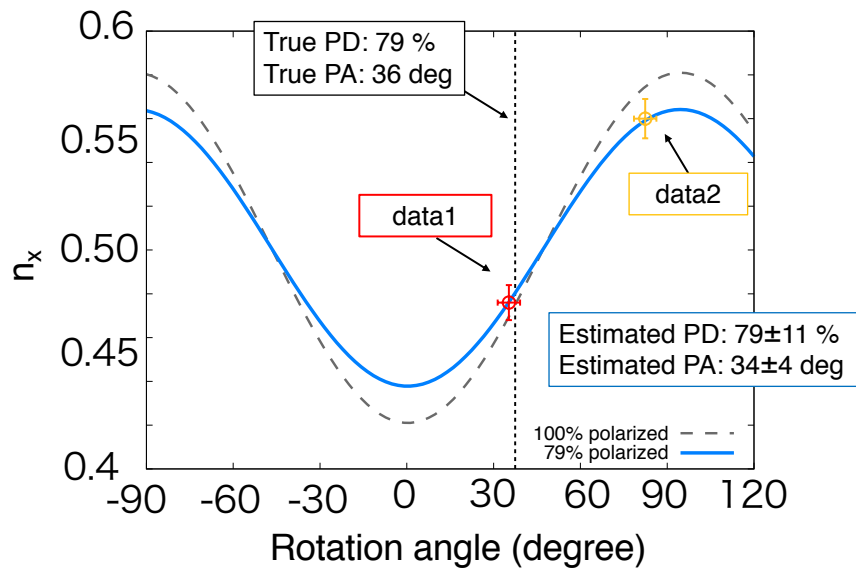


図 4.10: 推定により導かれたモジュレーションカーブ $F_1(\phi) = P_1 A \sin(2\phi + B) + C$ と、データ 1、データ 2 のデータ点。青色の実線が導かれた偏光度 $P_1 = 79\%$ のモジュレーションカーブ、灰色の破線が元にしたモジュレーションカーブである。赤の点が偏光角 $\phi_1 = 36^\circ$ のデータ 1、オレンジの点が偏光角 $\phi_1 + 45 = 83^\circ$ のデータ 2 に対応する。灰色の点線で真の偏光角 36 度を示している。なお、図中の PD は偏光度 (Polarization Degree)、PA は偏光角 (Polarization Angle) である。

られた n_x の値から式 4.9、4.10 用いて、実際の偏光パラメータ P' と ϕ' を正しく推定できるか調べた。

推定によって得られた曲線 $F_1 = P_1 A \sin(2\phi_1 + B) + C$ 上にデータ 1、データ 2 のデータ点をプロットしたものを図 4.10 に示す。得られた偏光角は $34^\circ \pm 4^\circ$ 、偏光度は $79 \pm 11\%$ であり、誤差の範囲で偏光角、偏光度を正しく推定できた。以上のことから、X 線の入射軸に対して 45 度角度の異なる 2 つの CMOS センサを設置すれば偏光角、偏光度をともに推定することが可能であるということがわかった。

4.4 広がったイベントの偏光解析

ここまで、ダブルピクセルイベントのみを用いて偏光検出性能の評価を行った。しかし、図4.3からも分かる通り、24 keVではダブルピクセルイベントは全体の10%程度に過ぎず、効率が悪い。16 keVに関しても、全体の50%弱はダブルピクセルよりも広がったイベントである。偏光X線検出器としての性能を最大限に引き出すためには、ダブルピクセルイベントよりも広がったイベントからも偏光を検出できることが望ましい。この項では、16 keV、24 keVともに統計量が比較的多い、3-4ピクセルに広がったイベントに注目し、偏光情報を得られるか否かを調べる。

この節ではまず、イベント分類を行って注目するイベントを絞った後、解析方法の検討を行う。その後、光電子の放出方向と実際に得られたイベント形状の関係を知るためにシミュレーションでの議論に移る。具体的には、本来のCMOSセンサのピクセルサイズである2.5 μm ピッチの検出器と、それよりも細かい312.5 nm ピッチで光電子の軌跡がある程度推定できる検出器で同一のイベントの見え方がどのように異なるのか調べる。312.5 nm ピッチの検出器で光電子の放出方向を求めた後、実データの解析方法として3種類の方法を提示し、2.5 μm ピッチの検出器で得たイベントを解析して方向を求め、角度がどの程度ずれているのかによって解析方法の是非を判断する。最後に実データの解析で期待されるMFを提示し、それをSPring-8実験のデータ解析結果と比較しつつ、実際に偏光解析で使えるイベントの種類と解析方法を議論する。

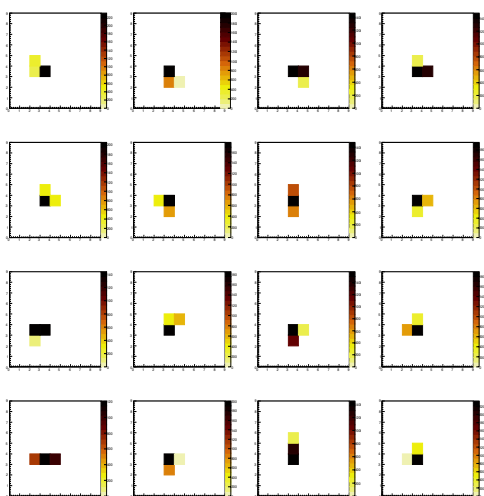
4.4.1 形状によるイベント分類

広がったイベントの多いSPring-8での24 keVの測定データで、3-4ピクセルに広がったイベントについてイメージを出力し(例: 図4.11)、それぞれ比較的次数が多くかつ光電子の飛跡を解釈し易そうな繋がった形状のイベントを抽出して割合を調べた。

図4.12を見ると、3ピクセルイベントの中では、3つのピクセルが直線になっているものとL字形になっているものが多い。また、4ピクセルイベントの中では、4つのピクセルが正方形をなしているものが圧倒的に多い。これらの比率が高いイベントに注目して、偏光依存性を調べる。以降、それぞれのイベントを直線イベント、L字イベント、正方形イベントと呼ぶことにする。

これらを解析して偏光情報が得られるか調べるために、まず解析方法を決めなければならない。ダブルピクセルイベントは、光電子の放出方向がイベントの広がっている方向と一致すると解釈できるため単純に偏光解析を行うことができたが、広がったイベントはそう単純ではない。そもそも、ここまで「光電子は進めば進むほど多くのエネルギーを落とすようになる」という性質に基づいて最大波高値のピクセルで光電子が止まったと考えたが、この解釈の妥当性については確かめてはこなかった。解析方法の是非を議論するためにも、検出されたイベントのイメージと実際の光電子の飛跡の関係をしておくことが望ましい。そこで、数値シミュレーションを用いて光電子の放出方向を調べることにする。

(a) 3 ピクセル



(b) 4 ピクセル

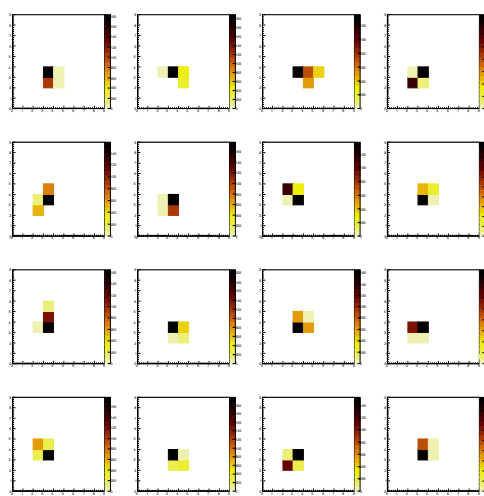
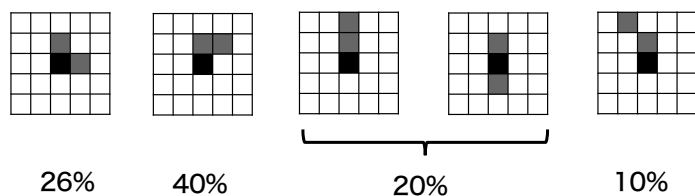


図 4.11: 3-4 ピクセルに広がったイベントのイメージ例。SPring-8 実験の 24 keV の“0 度 セットアップ”の測定データ中から無作為に 16 イベントずつ抽出している。各イメージの 1 ピクセルが実際の CMOS センサの $2.5 \mu\text{m}$ の 1 ピクセルに対応しており、色の濃いピクセルほど高い波高値が検出されている。

(a) 3 ピクセル



(b) 4 ピクセル

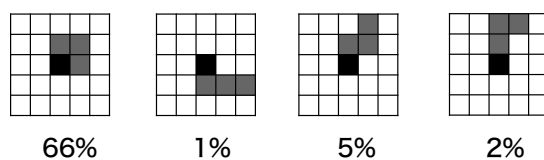


図 4.12: 3-4 ピクセルに広がったイベントの形状による分類と比率。黒いピクセルが最大波高値のピクセルであり、各図の下に表記した比率は各ピクセル数のイベントの中での比率を表す。なお、3 ピクセル、4 ピクセルに広がったイベントは全イベント中それぞれ 23%、35%程度であった。

4.4.2 シミュレーションの検討

312.5 nm ピッチ、つまりピクセルサイズが CMOS センサの 1/8 の仮想的な Si 検出器を用意し、そこに X 線ビームを照射する。このピクセルサイズであれば、24 keV ではイベントは 10–20 ピクセル程度広がり、図 4.2(a) のガス検出器と同様の飛跡が得られると予想される。この 312.5 nm ピッチのセンサで検出されたイベントについて各ピクセルの波高値を抽出し、それを実際の CMOS センサと同じピクセルサイズ 2.5 μm の検出器に詰め直す。こうすることで、CMOS センサで検出されたイベント形状から実際の光電子の飛跡をある程度推定できるはずである。実際に同じイベントを比較して見たイベントのイメージ例を図 4.13 に示す。具体的には、312.5 nm ピッチで 96 \times 96 ピクセルの検出器を用意し、中心付近に直径 2.5 μm の 24 keV ビームを打ち込むシミュレーションを行なった。ビームの位置は 2.5 μm ピッチセンサに詰め直した際に中心付近のピクセルの中心と一致するように設定している。なおこのシミュレーションのセットアップは、ピクセルサイズ以外は 4.3.1 項で実験結果の妥当性を確認するために行なったシミュレーションと同じにしてある。

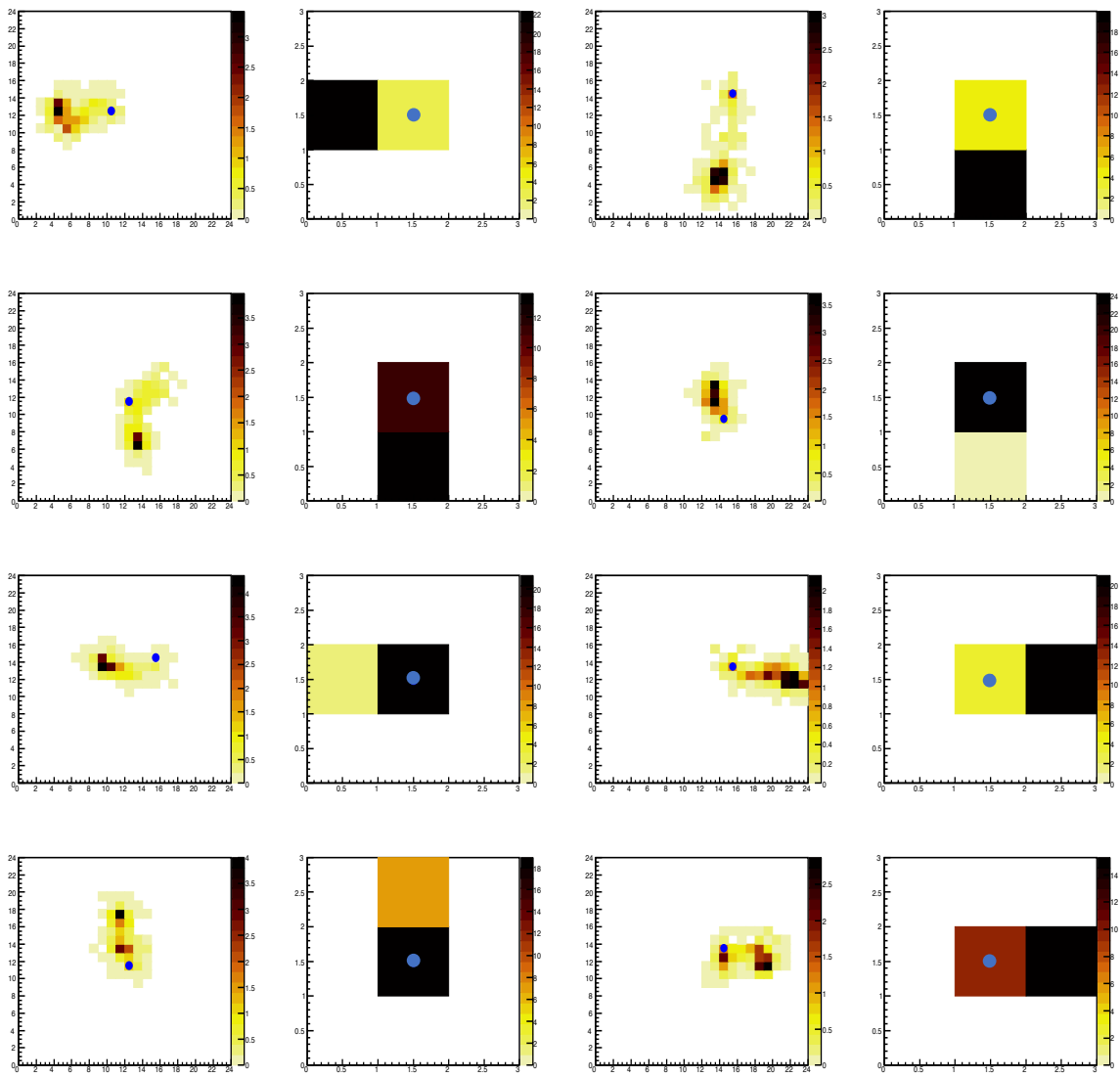


図 4.13: シミュレーションから生成したダブルピクセルイベントのイメージ例。左から 1,3 列目が 312.5 nm ピッチの検出器で得たイメージ、2,4 列目がそれぞれ 1,3 列目のイベントを 2.5 μm ピッチの検出器に詰め直したイメージとなっており、イメージの 1 ピクセルが検出器の 1 ピクセルに対応している。どちらも検出器面上でイベント付近を拡大して表示してある。青い印がついているピクセルが光電子が放出されたピクセルである。

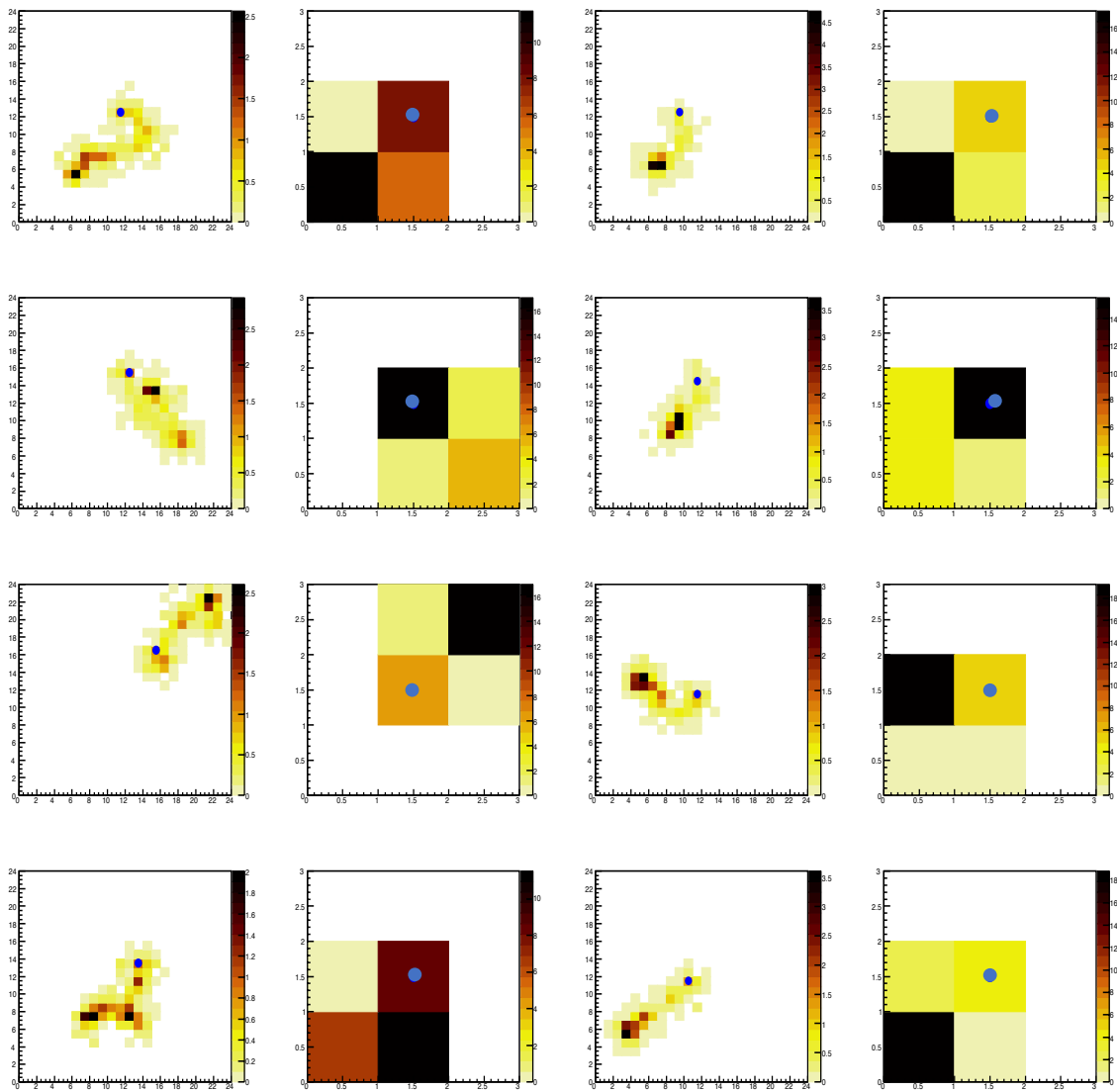


図 4.13: シミュレーションから生成した正方形イベントのイメージ例。

4.4.3 312.5 nm ピッチセンサでの偏光解析

312.5 nm ピッチセンサのシミュレーションにより得たイベントから光電子の放出方向を求める。2.5 μm ピッチの場合とは異なり、各イベントでの電子の広がりについての情報は多い。しかし光電子の放出ピクセル \mathbf{q}_I から放出された後、多重散乱によって光電子の方向はランダムに変化しうるため、静止ピクセル付近 \mathbf{q}_F には光電子放出方向の情報はほぼ含まれていないと考えられる。そこで、イベントを半分に分けて光電子の放出ピクセルに近い半分について調べ、光電子の放出方向を推定することとする。位置 \mathbf{q}_j のピクセルの波高値を v_j と表したとき、 $k = \{|\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_I| < |\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_F|\}$ を満たすピクセルの集合}として、光電子の飛跡ベクトル \mathbf{p} を

$$\mathbf{p} = \frac{\sum_k v_k (\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_I)}{\sum_k v_k} \quad (4.14)$$

と定義する。この飛跡ベクトル $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ について、角度 $\theta = \arctan(p_y/p_x)$ を光電子の放出方向と解釈することで、各イベントの光電子放出方向を求める。図 4.14 にイベントの方向決定の例を示す。

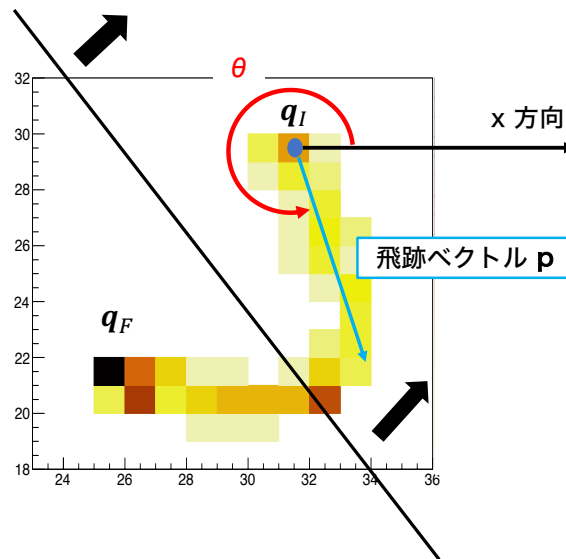


図 4.14: 312.5 nm ピッチセンサで検出されたイベントの方向解析例。 \mathbf{q}_I 、 \mathbf{q}_F はそれぞれ入射ピクセル、静止ピクセルを表す。この場合、ピクセルの中で斜めに引かれた黒い直線の右上側のピクセルのみを用いて式 4.14 により飛跡ベクトル \mathbf{p} を計算し、角度 θ を求める。

312.5 nm ピッチセンサで検出されたイベントを 2.5 μm ピッチセンサで検出した場合のイベントの種類ごとに分け、それぞれの種類について θ のヒストグラムを作成するとともに、 $F(\theta) = A \sin(2\theta + B) + C$ でフィットすることによってモジュレーションカーブを描き、理想的な MF を求めた (図 4.15)。直線イベント (図 4.15(c)) は偏光方向である ± 90 度付近のイベント数が非常に大きくなっているため、あまりよくフィッティングができてい

ない。直線イベントはイベントの中でも特に強い指向性を持ったイベントの集まりであるから、三角関数でフィットできなくても不思議ではない。ここでは、フィットにより得られた直線を理想的なモジュレーションカーブと考えて話を進める。

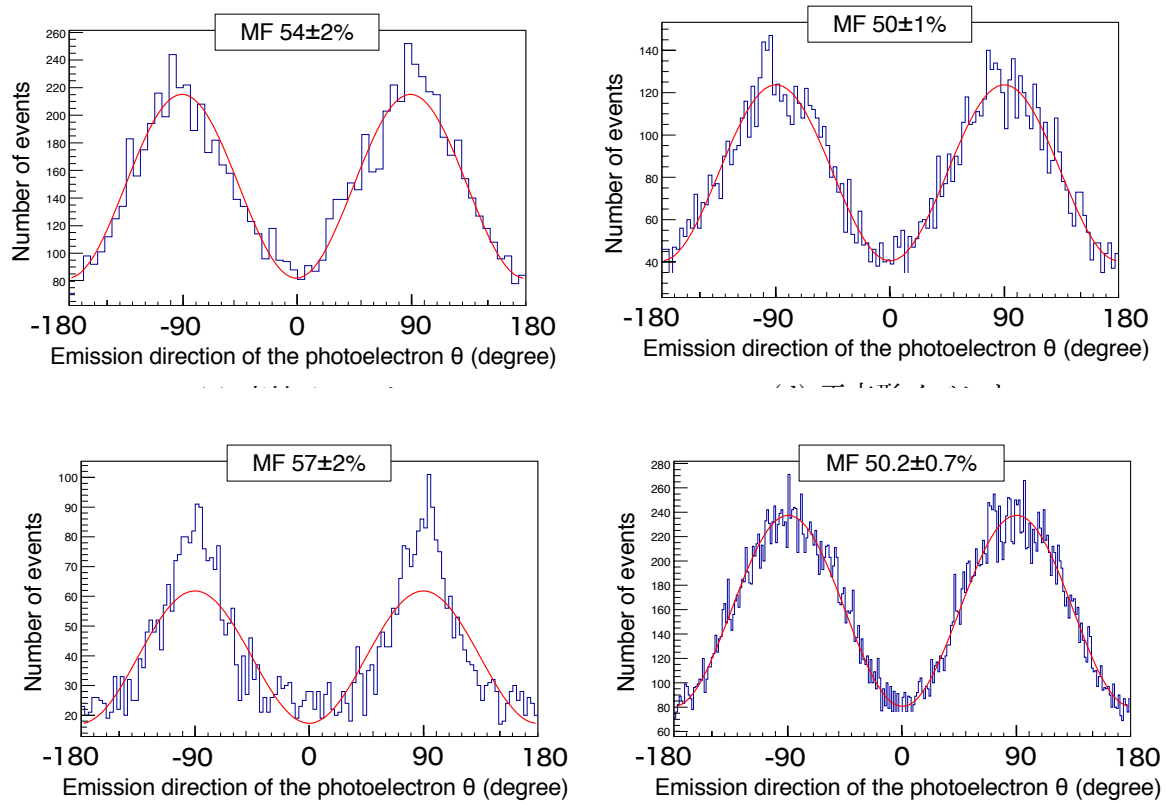


図 4.15: 式 4.14 によって計算された、ダブルピクセル、L 字、直線、正方形イベントそれぞれについての光電子の放出方向 θ の分布と、それを $F(\theta) = A \sin(2\theta + B) + C$ でフィットして作成したモジュレーションカーブ (赤の曲線)。それぞれの図の中央上部に記した MF は、この曲線から式 4.1 を用いて算出したものである。

4.4.4 実際のイベント解析方法の検討

前項では 312.5 nm ピッチのセンサで光電子の放出方向を計算した。この項では、2.5 μm ピッチセンサで得たイベントを用いて 3 種類の解析方法で光電子の放出方向を調べ、前項で求めた放出方向と比較する。その方向がどれほどあっているかによって、各解析方法の是非を判断する。ここでは以下の 3 つの解析方法について検討を行う。

(1) 重み付けベクトルを用いる

先行研究 (春日, 2019) で用いられている方法である。312.5 nm ピッチでの計算法と類似の方法だが、入射ピクセルではなく最大波高値のピクセルを基準にして、イベント中の全てのピクセルを用いる点が異なる。²

(2) イベントの中で波高値の低いピクセルを用いる

「光電子は進めば進むほど多くのエネルギーを落とすようになる」という性質に基づき、イベント中で最小波高値のピクセルから 2 番目に波高値の低いピクセルに光電子が放出されたと考える。

(3) 最大波高値のピクセルから離れたピクセルを用いる

最大波高値のピクセルを静止ピクセル、そこから最も離れたピクセルを入射ピクセルと考え、入射ピクセルから隣接しているピクセルのうち波高値の高い方のピクセルに光電子が放出されたと考える。

これらの方法それぞれを用いて光電子の放出方向を推定し、同じイベントを 312.5 nm ピッチセンサで解析して求めた θ とのなす角 θ_{diff} を求め、どの程度光電子の放出方向を正しく解釈できているか調べる。なお、方法 (2) と (3) については正方形イベント以外は同じ結果を与えるのでその部分は省略する。この θ_{diff} の分布を L 字イベント、正方形イベントについて示したものが図 4.4 である。このなす角 θ_{diff} が 45 度より小さければ正しい方向を得られていると判断すると、それぞれの方法で正しい方向が得られているイベントの割合は表 4.4 のようになる。単純にこの表の数字から判断すると、L 字イベントは方法 (3)、正方形イベントは方法 (1) が最も適した解析方法であると判断できる。L 字イベント、正方形イベントそれぞれについて、3 つの解析方法での θ_{diff} の比較を図に示す。

θ_{diff} を用いて実際の解析からどの程度の MF が見込めるか推定する。ここでは、角度を 4 方向に限定し、単純化した議論を行い、モジュレーションファクターを式 4.3 により計算する。角度 θ_1 が 45° 以下、または 135° 以上であればイベントを正しい方向に検出できるが、それ以外であれば間違った方向に検出してしまうことになる。つまり、全イベント中で $\theta_{\text{diff}} \leq 45^\circ$ または $\theta_{\text{diff}} \geq 135^\circ$ である割合を t 、理想的な 312.5 nm ピッチのセンサで検出した場合の偏光方向に平行、垂直なイベント数をそれぞれ N'_{\parallel} 、 N'_{\perp} とすれば、実際に検出されるイベント数は、

$$\begin{aligned} N_{\parallel} &= tN'_{\parallel} + (1-t)N'_{\perp} \\ N_{\perp} &= tN'_{\perp} + (1-t)N'_{\parallel} \end{aligned} \quad (4.15)$$

²本研究では先行研究で用いていたものよりもピクセルサイズの細かい CMOS センサを用いているので、より詳しくイベントの方向を議論できるようになっている。

表 4.4: 正しい光電子の放出方向が得られているイベントの割合。L 字イベントと直線イベントの方法 (2) と (3) は方法 (1) と同じ結果を与えるため省略している。なおこの割合は、イベント方向の予想が完全にランダムな場合は 25% となる。

イベント種別	正しい方向が得られている割合 (%)		
	方法 (1)	方法 (2)	方法 (3)
ダブルピクセル	45.5 ± 0.8	–	–
L 字	48.1 ± 0.8	38.6 ± 0.7	51.5 ± 0.9
直線	57 ± 1	–	–
正方形	43.8 ± 0.4	26.3 ± 0.3	36.0 ± 0.4

(a) L 字イベント

(b) 正方形イベント

図 4.16: L 字イベント、正方形イベントについて 3 つの解析方法で求めた θ_{diff} の分布。赤が方法 (1)、青が方法 (2)、緑が方法 (3) の結果である。表 4.4 に記してあるのは灰色の破線より角度の小さい領域のイベント比である。

となる。このとき得られる MF は、式 4.3 より

$$\text{MF} = \frac{1 \{tN'_{\parallel} + (1-t)N'_{\perp}\} - \{tN'_{\perp} + (1-t)N'_{\parallel}\}}{f \{tN'_{\parallel} + (1-t)N'_{\perp}\} + \{tN'_{\perp} + (1-t)N'_{\parallel}\}} = (2t-1)\text{MF}_0 \quad (4.16)$$

となる。ただし、 MF_0 は 312.5 nm ピッチのセンサで測定した場合のモジュレーションファクターである。つまり、実データの解析で得られると期待される MF は 4.4.3 項で求めた MF の $(2t-1)$ 倍になると見積もることができる。

最後に、この値と SPring-8 実験で得られた 24 keV の “0 度セットアップ” での実測定データの解析で得られた MF を比較してみる。広がったイベントに関して、イベント方向の偏りをダブルピクセルイベントと同じと考えて良いのかは自明ではないため、表 4.1 の値は用いずに 0 度方向と 90 度方向の分岐比の平均を取ることで補正を行い方法 (1)-(3) で MF を計算した。方法 (1) で L 字イベント、正方形イベントを解析すると連続的な角度の分布が得られるので、検出器の 4 方向に対して $\pm 10^\circ$ の範囲のイベントを用いて解析を行った (図 4.17 参照)。比較のため、方法 (3) で得られた角度分布も図 4.18 に示す。

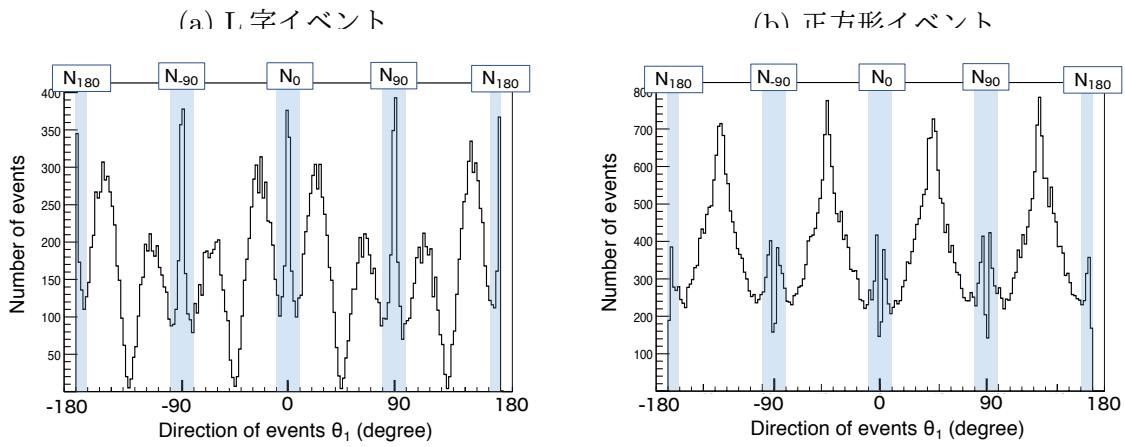


図 4.17: L 字イベント、正方形イベントについて、方法 (1) で求めたイベント方向 θ_1 の分布。網かけ部分のイベント数の総和をそれぞれ N_0 、 N_{90} 、 N_{180} 、 N_{-90} として、MF を算出した。

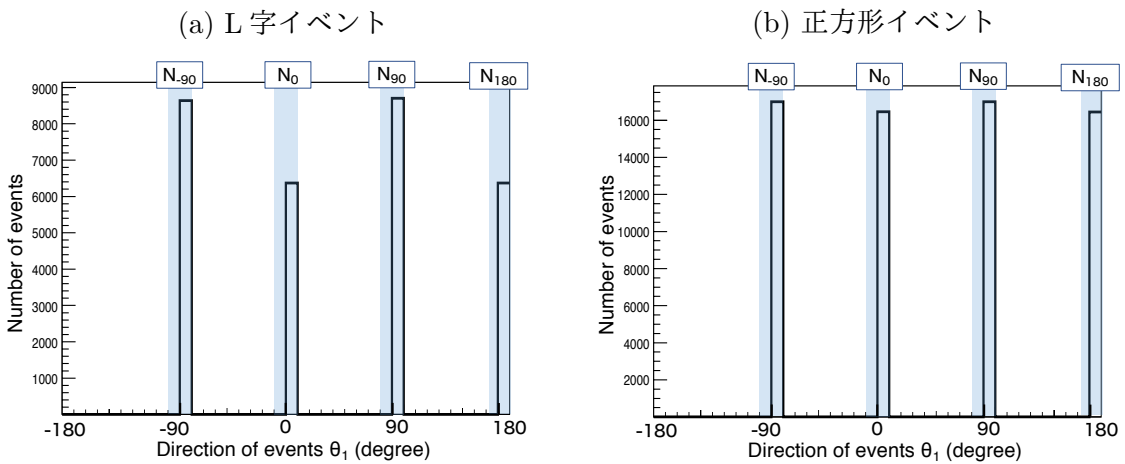


図 4.18: L 字イベント、正方形イベントについて、方法 (3) で求めたイベント方向 θ_1 の分布。全イベントを 4 方向に分類するので 4 方向のみの離散的な分布となる。L 字イベントでは大きなモジュレーションが確認できる。

こうして、実データから求めた各解析方法でのMFの値と、シミュレーションから求めた期待されるMFの値を表4.5に示す。この表から、正方形イベント以外では概ね正しい傾向が得られていることがわかる。正方形イベントに関して、方法(3)で全く期待されたMFが出ていないのは、イベントを4方向に分類する単純な解釈では扱いきれていないことが原因の1つとして考えられる。より角度分解能の良い解析方法を用いることができれば期待されたMFを再現できる可能性がある。

表 4.5: シミュレーションデータの解析から求めた期待されるMFの値と、実際にSPring-8実験のデータから得られたMFの値。

イベント種別	期待されるMF (%)			実際に得られたMF (%)		
	方法(1)	方法(2)	方法(3)	方法(1)	方法(2)	方法(3)
ダブルピクセル	14 ± 1	= (1)	= (1)	15.7 ± 0.04	= (1)	= (1)
L字	3.8 ± 0.9	10.5 ± 0.9	10.5 ± 0.9	-4 ± 1	16.0 ± 0.5	16.0 ± 0.5
直線	37 ± 2	= (1)	= (1)	31.6 ± 0.7	= (1)	= (1)
正方形	8.7 ± 0.5	2.1 ± 0.5	9.9 ± 0.5	5.7 ± 0.9	0.2 ± 0.4	1.0 ± 0.3

この節では広がったイベントの解析方法について議論してきたが、結論としてCMOSセンサでは方法(3)が最も良い解析方法であり、ダブルピクセルイベント以外にL字イベント、直線イベントからも偏光情報が得られるということがわかった。つまり、最大波高値のピクセルが静止ピクセル、そのピクセルから最も遠いピクセルが入射ピクセルであるという解釈が最も正しい。この方法を用いることによってダブルピクセルイベントに加えてL字イベント、直線イベントを用いてMFを得ることができる。正方形イベントに関しては、偏光情報を抜き出すためには更なる解析方法の検討が必要である。

第5章 ブラックホール降着系からの放射の数値シミュレータ開発

前章までは、CMOS センサを宇宙 X 線観測に応用し、実際に偏光 X 線から偏光パラメータを得るための性能評価について議論してきた。この章では、観測によって得られた偏光パラメータやスペクトルの情報から、ブラックホール降着系の幾何構造を推定するための一般相対論的放射輸送シミュレータ開発について記述する。まずこのシミュレータの概要を示し、具体的な設計について説明する。そして実装した計算の妥当性を確認した後、開発の現状を述べる。

本章で用いる、定義の定まった基本的な文字の一覧を表 5.1 に示す。

文字	説明
c	光速 ($= 2.997\,924\,58 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$)
G	万有引力定数 ($= 6.674 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$)
M	ブラックホールの質量
a	スピンパラメータ。ブラックホールの角運動量を質量 M で割ったもの。
r_g	重力半径 ($= GM/c^2$)
$g_{\mu\nu}$	計量テンソル。空間内の距離と角度を定義する 2 階のテンソルで、一般相対論においては重力ポテンシャルを一般化したものに相当する。

表 5.1: この章で用いる文字の一覧。

5.1 数値シミュレーションを利用した構造推定

シミュレータ自体の設計について述べる前に、数値シミュレーションからブラックホール降着系の幾何構造を推定する方法について、概要を説明する。

数値シミュレーション上でブラックホール降着系の幾何構造などのパラメータを設定し、その放射が観測者に届くときのエネルギーと偏光を求めることで、設定したパラメータに対応する実観測のエネルギーや偏光が分かる。これを利用して様々なパラメータと観測されるエネルギー、偏光の対応関係を求めておくことで、観測データからブラックホール降着系のパラメータを推定することができる。これは、一般の X 線解析におけるスペクトルフィット用のモデルの一部にも用いられている方法であり、状況設定と物理過程さ

え設定できればパラメータを求められてしまう一方で、正しいパラメータを知るためにはシミュレーションに厳密さが求められる。

ここで重要となってくるのが、ブラックホール近傍では2.1.2項で述べたように光子の軌道やエネルギーが変わりうるため、ブラックホール降着系からのX線放射を扱う上で一般相対論的な効果を考慮するのは必須だという事実である。一般相対論的な効果を考慮する必要が出てくると、物理現象を一般的なデカルト座標で扱うことができなくなるため、通常とは異なる方法で物理過程を計算する必要がある。しかし、この効果が取り入れられたX線解析モデルは存在しないため、自作しようというのが本シミュレータの開発モチベーションである。なお、本シミュレータは天体周辺の幾何構造の扱いに長けたモンテカルロシミュレータである、MONte Carlo simulation for Astrophysics and COsmology(MONACO; Odaka et al. 2011, 2014) をベースとして開発をしている。

以下ではまず、数値シミュレーションの流れに沿って必要な物理過程、計算過程について説明する。

5.2 ブラックホールの表現と座標系の設定

一般相対性理論に基づくと、ブラックホールなどの質量の大きい物体は周囲の空間を歪ませるとされ、その物理的な表現はアインシュタイン方程式

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (5.1)$$

によって与えられる (Einstein, 1915)。ただし、 $G_{\mu\nu}$ はアインシュタインテンソルという時空の歪み具合を表すテンソル、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー・運動量テンソルである。この方程式にはいくつか厳密解が存在することが知られており、その中でも現実のブラックホールを表現する解として最もよく用いられているのが Kerr 解、あるいは Kerr 計量と呼ばれるものである (Kerr, 1963)。Kerr 計量は真空中を定常的に回転する軸対象なブラックホールを表現する解であり、ブラックホールは質量と角運動量の2つのパラメータを持つ。なお、Kerr 計量の中で、ブラックホールの角運動量がゼロのものが Schwarzschild 計量 (Schwarzschild 1999 : 英訳版) である。

Kerr 計量を扱う座標系としては、Boyer-Lindquist 座標 (Boyer and Lindquist, 1967)、Kerr-Schild 座標 (Debney et al., 1969) の2つがよく用いられる。Boyer-Lindquist 座標は無遠方で一般的な球座標に漸近するため、直感的な理解が可能である。Kerr-Schild 座標は一般的な座標系とは異なるが、Boyer-Lindquist 座標で生じてしまう座標特異点を無くすることができるため、時空上のあらゆる点で正確に物理量を扱うことができる。本論文では、比較的扱いが容易な Boyer-Lindquist 座標を用いて Kerr 時空を表現することとする。

5.3 光子トラッキングの概要

この節ではシミュレーションで実際に行われている光子のトラッキングの流れを説明する。本シミュレータは、光子の発生領域、物理過程の起こる領域、観測者の情報等を与え、

発生させた光子を1つ1つトラッキングし、そのうち観測者に届いたもののエネルギーや偏光状態を調べるという流れでブラックホール近傍からの放射のエネルギーや偏光を計算するというものである。

光子トラッキングの詳細な流れは以下の図 5.1 のようになっている。トラッキングの終了条件は、光子が

- 観測者に到達する
- 観測されず、無限遠 (ブラックホールから十分離れた位置) に到達する
- 事象の地平面 (ブラックホール近傍の、光ですら脱出できない領域の境界面) を横切る

のいずれかを満たしたときとする。以下では、まず本シミュレーションでの基本的な座標系である Boyer-Lindquist 座標の定義を与え、その後図の流れに従って進めていく。

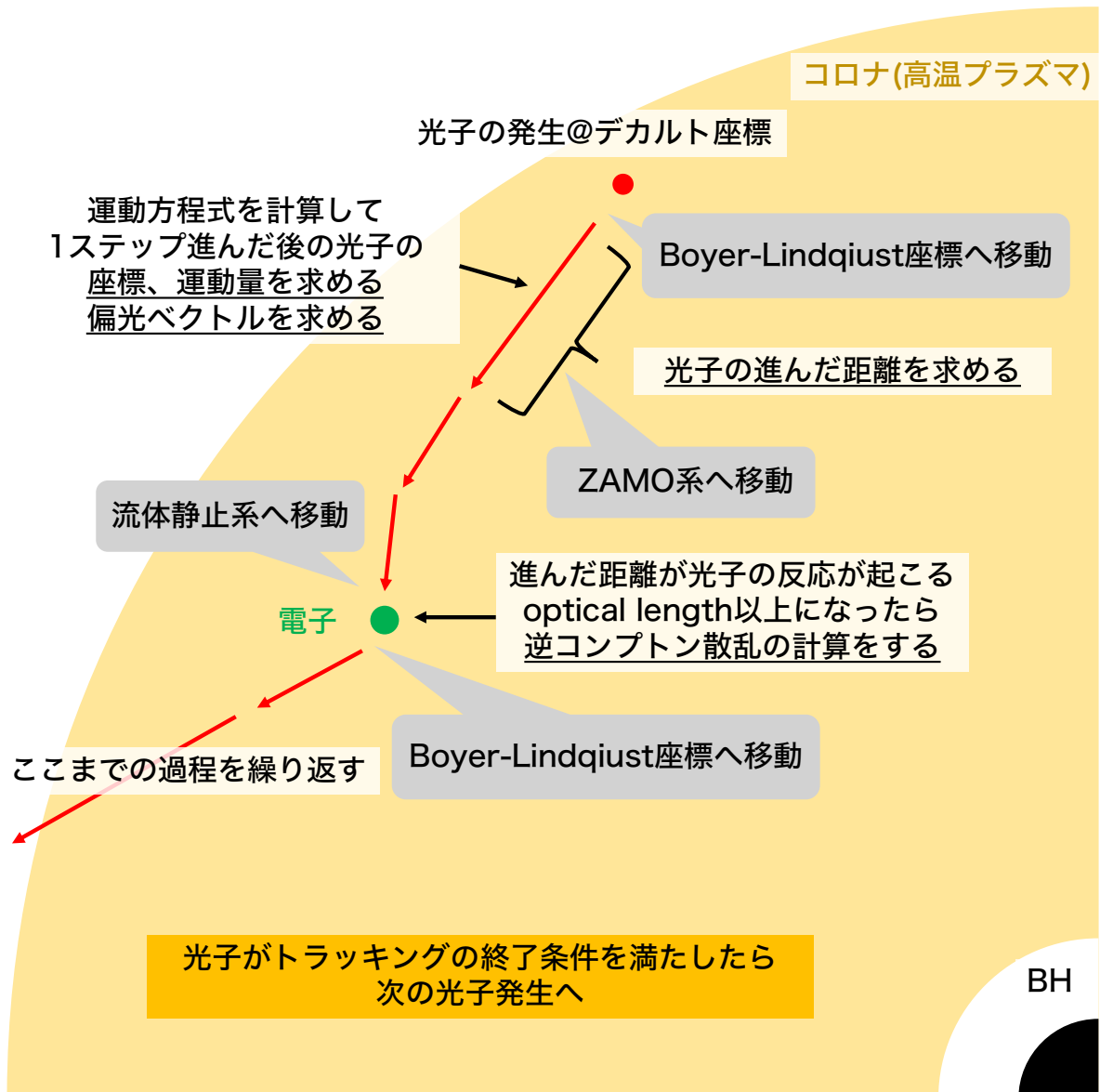


図 5.1: 光子 1 つについてのトラッキングの流れ図。四角いブロックは物理過程の計算、灰色の吹き出しは座標変換を表す。下線の引かれている物理過程についてはこの節で詳細を説明する。ZAMO 系の定義等は 5.3.5 項で与える。

5.3.1 Boyer-Lindquist 座標

Boyer-Lindquist 座標は一般に (t, r, θ, ϕ) の4成分で記述される。このうち、空間成分は平坦な空間における球座標の成分 r, θ, ϕ とほぼ同じ扱いのできる量であり、時間成分は無限遠の観測者が計った時間である。Kerr 計量の Boyer-Lindquist 座標における表現は、

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3) \\ &= - \left(1 - \frac{2r_g r}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4ar_g r \sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi \\ &\quad + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2a^2 r_g r \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\phi^2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

となる。ただし、 $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ 、 $\Delta = r^2 - 2r_g r + a^2$ である。スピンパラメータ a は長さの次元を持ち、定義域は $-r_g \leq a \leq r_g$ である。¹

5.3.2 運動方程式

Kerr 計量で表される重力場中での粒子の運動は、ハミルトニアン方程式によって記述することができる。一般の計量についてのラグランジアン \mathcal{L} は、アフィンパラメータ λ^2 を用いて $\frac{d}{d\lambda} = \dot{}$ とすれば、一般化座標 q に対して $\mathcal{L} = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta$ と書ける。よって、一般化運動量 $p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}$ を用いて、ハミルトニアン \mathcal{H} は $\mathcal{H} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta$ と書ける。ハミルトン方程式は、

$$\dot{q}^\alpha = \frac{d\mathcal{H}}{dp_\alpha}, \quad \dot{p}^\alpha = -\frac{d\mathcal{H}}{dq_\alpha} \quad (5.3)$$

と表せ、8つの変数 $(t, r, \theta, \phi, p_t, p_r, p_\theta, p_\phi)$ についての8本の方程式が導かれる。この中で p_t と p_ϕ は運動の定数であり、 $E = -p_t$ 、 $L = p_\phi$ とすると、 E は光子を無限遠で観測したときのエネルギー、 L は角運動量となる。表示を簡単にするため $r_g = 1$ で規格化し、 $Q = p_\theta^2 - a^2 E^2 \cos^2 \theta + L^2 \cot^2 \theta$ 、 $R_1 = E(r^2 + a^2) - aL$ 、 $R_2 = (L - aE)^2 + Q$ 、 $\Theta = Q + a^2 E^2 \cos^2 \theta - L^2 \cot^2 \theta$ を用いてハミルトン方程式書き下すと以下ようになる。この項の内容は、Vincent et al. (2011) を参考にした。

¹ a がこの範囲を外れると、事象の地平面が存在しなくなり、原理上観測が可能な特異点である「裸の特異点」の存在が許されることになる。このような場合一般相対性理論が破綻するため、現在の物理学では「裸の特異点」は存在しないものとされている。

²アフィンパラメータとは測地線上の位置を表すパラメータであり、ここでは無限遠の観測者から見た長さを用いる。

$$\left(\begin{aligned} \frac{dt}{d\lambda} &= \frac{\Delta E a^2 \cos^2 \theta - (Ea - L)\Delta a + R_1(a^2 + r^2)}{\Sigma \Delta} & (5.4a) \\ \frac{dr}{d\lambda} &= \frac{\Delta}{\Sigma} p_r & (5.4b) \\ \frac{d\theta}{d\lambda} &= \frac{p_\theta}{\Sigma} & (5.4c) \\ \frac{d\phi}{d\lambda} &= -\frac{(Ea - L)\Delta - R_1 a - \Delta L \cot \theta}{\Sigma \Delta} & (5.4d) \\ \frac{dp_t}{d\lambda} &= -\frac{dE}{d\lambda} = 0 & (5.4e) \\ \frac{dp_r}{d\lambda} &= -\left[\frac{r-1}{\Sigma} - \frac{\Delta r}{\Sigma^2} \right] p_r^2 + \frac{r}{\Sigma^2} p_\theta^2 + \frac{2R_1 E r + \Theta(r-1) - R_2(r-1)}{\Sigma \Delta} \\ &\quad - \frac{(R_1^2 + \Theta \Delta - R_2 \Delta)(r-1)}{\Sigma \Delta^2} - \frac{(R_1^2 + \Theta \Delta - R_2 \Delta)r}{\Sigma^2 \Delta} & (5.4f) \\ \frac{dp_\theta}{d\lambda} &= -p_r^2 \frac{\Delta a^2 \sin 2\theta}{2\Sigma^2} - p_\theta^2 \frac{a^2 \sin 2\theta}{2\Sigma^2} \\ &\quad + \frac{(R_1^2 + \Theta \Delta - R_2 \Delta)a^2 \cos \theta \sin \theta}{\Sigma^2 \Delta} \\ &\quad - \frac{(E^2 a^2 - L^2 / \sin^2 \theta) \cos \theta \sin \theta - L^2 \cot^3 \theta}{\Sigma} & (5.4g) \\ \frac{dp_\phi}{d\lambda} &= \frac{dL}{d\lambda} = 0 & (5.4h) \end{aligned} \right.$$

5.3.3 ルンゲクッタ・フェールベルグ法

5.3.2項で書き下した連立微分方程式を解くために、ルンゲクッタ・フェールベルグ法という方法を用いた。これは5次と4次のルンゲクッタ法による計算結果の差から計算の誤差を見積もり、計算の刻み幅(ここでは λ のステップあたりの増加量)を制御するというものである。まず、ここで用いたルンゲクッタの公式を書き下す。変数を $x = x(\lambda)$ 、 x の λ での導関数を $f(\lambda, x)$ として、

$$\left(\begin{aligned} k_1 &= hf(\lambda, x) & (5.5) \end{aligned} \right.$$

$$\left(\begin{aligned} k_2 &= hf\left(\lambda + \frac{h}{4}, x + \frac{k_1}{4}\right) & (5.6) \end{aligned} \right.$$

$$\left(\begin{aligned} k_3 &= hf\left(\lambda + \frac{3}{8}h, x + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2\right) & (5.7) \end{aligned} \right.$$

$$\left(\begin{aligned} k_4 &= hf\left(\lambda + \frac{12}{13}h, x + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3\right) & (5.8) \end{aligned} \right.$$

$$\left(\begin{aligned} k_5 &= hf\left(\lambda + h, x + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4\right) & (5.9) \end{aligned} \right.$$

$$\left(\begin{aligned} k_6 &= hf\left(\lambda + \frac{1}{2}h, x - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5\right) & (5.10) \end{aligned} \right.$$

と定める。このとき、5次、4次精度での1ステップ後の x の値 x_{new} 、 x_{new}^* はそれぞれ

$$x_{\text{new}} = x + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \quad (5.11)$$

$$x_{\text{new}}^* = x + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \quad (5.12)$$

となる。これらの差の絶対値を $\Delta = |x_{\text{new}} - x_{\text{new}}^*|$ とおき、ステップ長あたりの許容誤差を ϵ とし、 $\Delta > \epsilon h$ の場合のみ刻み幅制御を行うこととする。このとき修正後の h 、 Δ をそれぞれ \bar{h} 、 $\bar{\Delta}$ とすると、 $\bar{\Delta} \leq \epsilon h$ が成り立つ。この式と $\Delta, \bar{\Delta} = \mathcal{O}(h^5)$ より、

$$\frac{\bar{\Delta}}{\Delta} \sim \left(\frac{\bar{h}}{h}\right)^5 \quad (5.13)$$

$$\Rightarrow \bar{\Delta} \sim \left(\frac{\bar{h}}{h}\right)^5 \Delta \lesssim \epsilon \bar{h} \quad (5.14)$$

$$\Rightarrow \bar{h} \lesssim \left(\frac{\epsilon h}{\Delta}\right)^{1/4} h \quad (5.15)$$

が導かれるので、この式を満たすような \bar{h} をとる。本シミュレータでは $\bar{h} = \left(\frac{\epsilon h}{2\Delta}\right)^{1/4} h \simeq 0.84 \left(\frac{\epsilon h}{\Delta}\right)^{1/4} h$ としている。 Δ は全 8 パラメータについて計算したもののうち最も大きいものを用いて評価した。なお、この項の内容は (Vetterling et al., 1989) を参考にした。

5.3.4 偏光ベクトル

Boyer-Lindquist 座標において、光子の偏光ベクトル \mathbf{f} は、光子の運動量と位置が決まれば一意的に求まる。偏光ベクトル \mathbf{f} とは、光子の運動量ベクトルを \mathbf{p} とすれば $\mathbf{f} \cdot \mathbf{f} = g_{\mu\nu} f^\mu f^\nu = 1$ かつ $\mathbf{f} \cdot \mathbf{p} = g_{\mu\nu} f^\mu p^\nu = 0$ を満たすベクトルである。この 2 式と、偏光ベクトルが測地線に沿って平行移動するという条件： $\nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{f} = 0$ から、偏光ベクトルの各成分を求めることが可能である。しかし、この方程式を解くには煩雑な手続きが必要なため、先行研究 (Schnittman and Krolik, 2013) を参考に、より簡単な方法で解を求める。そのためここでは Walker-Penrose 定数 κ_{wp} という定数を利用する。この定数は、

$$\kappa_{\text{wp}} = (\alpha - i\beta)(r - ia \cos \theta) \quad (5.16)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ただし、} \alpha = (p^t f^r - p^r f^t) + a \sin^2 \theta (p^r f^\phi - p^\phi f^r) \\ \beta = \{(r^2 + a^2)(p^\phi f^\theta - p^\theta f^\phi) - a(p^t f^\theta - p^\theta f^t)\} \sin \theta \end{array} \right) \quad (5.17)$$

$$(5.18)$$

と表され、各光子について実部、虚部共に保存される。つまり、

$$I_1 = \alpha r - \beta a \cos \theta = \text{const.} \quad (5.19)$$

$$I_2 = \beta r + \alpha a \cos \theta = \text{const.} \quad (5.20)$$

が成り立つ。また、光子の場合は運動量ベクトルが null vector であること ($\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} = 0$) より、偏光ベクトルを新たに $\mathbf{f}' = \mathbf{f} + \lambda \mathbf{p}$ と定義しても上記の方程式は全て成り立つ。

よって、偏光ベクトルは常に $f^t = 0$ となるようにとることができる。以上のことから、 (f^r, f^θ, f^ϕ) についての3元1次方程式 $\mathbf{f} \cdot \mathbf{p} = 0$ 、(5.19)、(5.20) を解くことに帰着させることができる。 f を求める式をあらわに書くと、

$$\begin{cases} f^r = -\frac{1}{N} \{I_1(g_{\theta\theta}p^\theta C_1 + rC_2C_3) + I_2a(g_{\theta\theta}p^\theta C_4 + C_2C_3 \cos \theta)\} \sin \theta & (5.21a) \\ f^\theta = \frac{1}{N} \{(I_1(g_{rr}p^r \sin \theta C_1 - aC_2C_5 \cos \theta) + I_2(g_{rr}p^r aC_4 \sin \theta + rC_2C_5)\} & (5.21b) \\ f^\phi = \frac{1}{N} \{I_1(g_{rr}p^r rC_3 \sin \theta + g_{\theta\theta}p^\theta aC_5 \cos \theta) & (5.21c) \\ \quad + I_2(g_{rr}p^r aC_3 \sin \theta \cos \theta - g_{\theta\theta}p^\theta rC_5)\} \end{cases}$$

となる。ただし、

$$\begin{cases} C_1 = rp^\theta(r^2 + a^2) - a^2p^r \sin \theta \cos \theta & (5.22a) \\ C_2 = g_{t\phi}p^t + g_{\phi\phi}p^\phi & (5.22b) \\ C_3 = p^\phi(r^2 + a^2) - p^t a & (5.22c) \\ C_4 = rp^r \sin \theta + p^\theta(r^2 + a^2) \cos \theta & (5.22d) \\ C_5 = ap^\phi \sin^2 \theta - p^t & (5.22e) \\ N = \{C_3g_{rr}p^r a \sin \theta(rC_4 - C_1 \cos \theta) & (5.22f) \\ \quad + g_{\theta\theta}p^\theta C_5(C_1r + C_4a^2 \cos \theta) + C_2C_3C_4(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)\} \sin \theta \end{cases}$$

である。なお、この方程式は微分方程式では無いため、途中で光子が相互作用をしないのであればステップごとに計算する必要はない。観測者の座標を $(r, \theta, \phi) = (\infty, \theta_i, 0)$ と仮定すると式5.21は、

$$f^r(\infty) = 0 \quad (5.23a)$$

$$f^\theta(\infty) = (SI_2 - TI_1)/(S^2 + T^2) \quad (5.23b)$$

$$f^\phi(\infty) = (-SI_1 - TI_2)/(S^2 + T^2) \quad (5.23c)$$

と表せ、観測点での偏光ベクトルが求められる。ただし、 $S = L/\sin \theta_0 - a \sin \theta_0$ 、 $T = \text{sgn}(p^\theta)\sqrt{Q - L^2 \cot^2 \theta_0 + a^2 \cos^2 \theta_0}$ である。

5.3.5 ZAMO系への変換

ZAMO(Zero Angular Momentum Observer)系とは時空の回転がゼロになる正規直行座標系であり、LNRFLocally NonRotating Frames)とも呼ばれる。逆コンプトン散乱の計算のためには直交系に移る必要があるため、この座標変換が要求される。Boyer-Lindquist座標系での計量を見ると、非対角成分は $dt d\phi$ のみであり、 dt と $d\phi$ がかかる部分だけ抜き出すと、 $A = (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta$ として、

$$\begin{aligned} & -\left(1 - \frac{2r}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4ar \sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi + \left(r^2 + a^2 + \frac{2a^2 r \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\phi^2 \\ & = -\frac{\Sigma \Delta}{A} dt^2 + \frac{A}{\Sigma} \sin^2 \theta (d\phi - \omega dt)^2 \quad \left(\text{ただし、}\omega = \frac{2ar}{A}\text{は時空の引きずり速度である}\right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

と変形できる。従って、 $d\phi$ の代わりに新たに $d\hat{\phi} \propto (d\phi - \omega dt)$ なる変数をとれば、直交座標に変換することができる。このとき、 $\hat{\phi} = \text{const.} \Leftrightarrow \phi = \omega t + \text{const.}$ であり、取り直した座標系は時空の引きずりとともに回転する観測者の系であるということがわかる。計量の各成分を正規直交になるように取り直すと、座標成分は

$$\left. \begin{aligned} d\hat{t} &= \sqrt{\frac{\Sigma\Delta}{A}} dt \\ d\hat{r} &= \sqrt{\frac{\Sigma}{\Delta}} dr \\ d\hat{\theta} &= \sqrt{\Sigma} d\theta \\ d\hat{\phi} &= -\frac{2ar \sin \theta}{\sqrt{\Sigma A}} dt + \sqrt{\frac{A}{\Sigma}} \sin \theta d\phi \end{aligned} \right\} \implies ds^2 = -d\hat{t}^2 + d\hat{r}^2 + d\hat{\theta}^2 + d\hat{\phi}^2 \quad (5.25)$$

と変換される。以上の座標変換は Bardeen et al. (1972) を参考にした。ここで、ステップあたりの各座標成分の変化は十分小さいと考え、 $d \rightarrow \delta$ (微小変化)として、各ステップでの移動距離を

$$dl(\lambda) = \sqrt{\delta\hat{r}^2 + \delta\hat{\theta}^2 + \delta\hat{\phi}^2} \quad (5.26)$$

とすれば、 $\lambda = \lambda_f$ までの移動距離 $l(\lambda_f)$ は

$$l(\lambda_f) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\lambda_f} dl(\lambda) \quad (5.27)$$

によって求められる。

5.3.6 逆コンプトン散乱

逆コンプトン散乱の計算を行い、解を解析的に求めるのは不可能ではないが、非常に複雑であり、実用上不可能である。そこで、本論文では光子が散乱を起こすまでの距離をモンテカルロ法を用いて与えることによって逆コンプトン散乱を扱う。光子が散乱を起こすまでに進む光学的厚みを、乱数を用いて指数分布からサンプルする： $\tau \sim e^{-x}$ 。ステップ i について、光子の進んだ距離を d_i 、その場所での平均自由行程を l_i として $\sum_i d_i/l_i \geq \tau$ となった時点でコンプトン散乱を起こす。具体的な逆コンプトン散乱の計算は MONACO にすでに実装されており、本研究では逆コンプトン散乱を起こすための ZAMO 系への座標変換および光子の進んだ距離の計算 (5.3.5 項参照) の部分を実装した。

5.4 計算の妥当性の評価

実装したシミュレータの計算結果の妥当性を確認するために、既存の計算結果等との比較を行った。光子のトラッキング、偏光ベクトルに分けて議論を行う。

5.4.1 光子トラッキング

まず、角運動量を持っていないブラックホールに関して、Misner et al. (2017) を参考に、光子トラッキングの結果を確かめる。回転がなければ空間は球対称なので、 $r - \phi$ 平面上の運動である、つまり、 $\theta = \pi/2, p_\theta = 0$ としても一般性を失わない。このとき光子が null vector であるという条件と、運動方程式 5.4 の r 成分 $dr/d\lambda = p_r(r-2)/r$ を使うと、

$$g_{\mu\nu}p^\mu p^\nu = -\frac{r}{r-2}E^2 + \frac{r-2}{r}p_r^2 + \frac{L^2}{r^2} = 0 \quad (5.28)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = E^2 - \frac{r-2}{r^3}L^2$$

となる。右辺の $(r-2)/r^3$ の部分は $r = 3$ で最大値 $1/27$ をとり、 $|dr/d\lambda| > 0$ となる条件は

$$\frac{E^2}{L^2} > \frac{r-2}{r^3} \geq \frac{1}{27} \quad (5.29)$$

である。 $E/L < 1/\sqrt{27}$ なる関係を持つ光子は観測できない、これは、ブラックホールに飲み込まれてしまうことに対応する。さて、光子の r 方向、 ϕ 方向の方向ベクトル $v_{\hat{r}}, v_{\hat{\phi}}$ は、

$$v_{\hat{r}} = \frac{\sqrt{|g_{rr}|^2}dr/d\lambda}{\sqrt{|g_{tt}|^2}dt/d\lambda} = \pm\sqrt{1 - \frac{r-2}{r^3}\frac{L^2}{E^2}} \quad (5.30)$$

$$v_{\hat{\phi}} = \frac{\sqrt{|g_{\phi\phi}|^2}d\phi/d\lambda}{\sqrt{|g_{tt}|^2}dt/d\lambda} = \sqrt{\frac{r-2}{r^3}\frac{L^2}{E^2}} \quad (5.31)$$

であり、光子の伝播方向と動径方向のなす角を δ とすると $\sin \delta = v_{\hat{\phi}}$ となる。つまり、光子が脱出できる条件は、 $r < 3$ の場合は $v_{\hat{r}} > 0$ かつ

$$\sin \delta = \sqrt{\frac{r-2}{r^3}\frac{L^2}{E^2}} < 3\sqrt{3}\sqrt{\frac{r-2}{r^3}} \quad (5.32)$$

であり、 $r > 3$ の場合は $v_{\hat{\phi}} > 0$ または $v_{\hat{r}} < 0$ かつ

$$\sin \delta > 3\sqrt{3}\sqrt{\frac{r-2}{r^3}} \quad (5.33)$$

を満たすことである。実際の計算結果として得られた図を理論上の図と比較したものが図 5.2 であり、 $\sin \delta$ の値を比較したものが表 5.2 である。シミュレーションにおける $\sin \delta$ は、無限遠に到達した光子について方向ベクトルの初期値から角度 δ を求め、その中での $\sin \delta$ の最大値もしくは最小値とした。表中のいずれの場合も、誤差の範囲で理論値とシミュレーションで求めた値が一致していることがわかる。

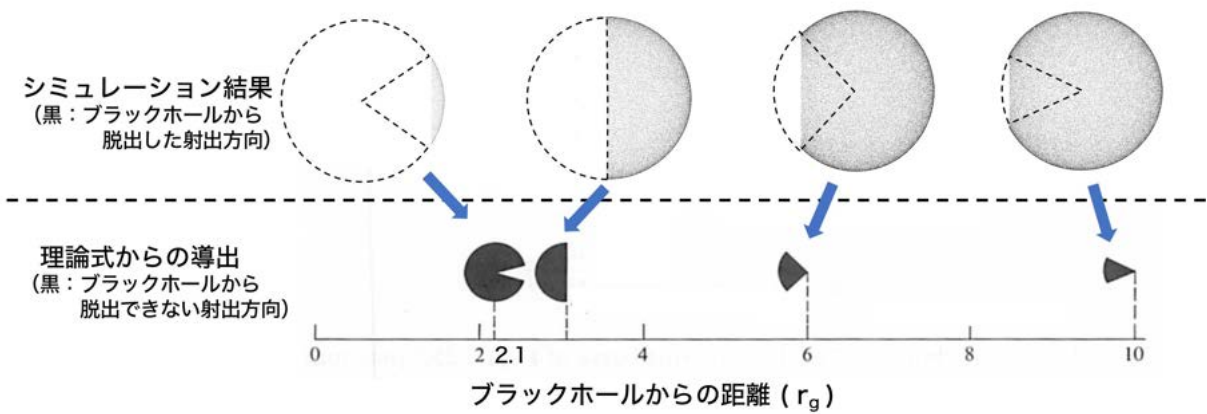


図 5.2: ブラックホールから脱出できる光子の放出方向。上段はシミュレーションの結果で、ブラックホールから脱出できた光子の射出方向が黒くなっている。下段は理論式 (5.32)(5.33) から導き出される、ブラックホールから脱出できない光子の射出方向である (Misner et al. (2017) より引用)。こちらは誇張して書かれているので、形は必ずしも正確ではない。

表 5.2: 理論値とシミュレーションから求めた $\sin \delta$ の比較。誤差は $\sin \delta$ の最大値と 2 番目に大きい値の差、もしくは最小値と 2 番目に小さい値の差として算出した。

光子の発射位置	$2.1 r_g$	$3 r_g$	$6 r_g$	$10 r_g$
理論値	0.540	1.000	0.7071	0.4648
シミュレーション結果	0.537 ± 0.009	0.9999 ± 0.0001	0.7072 ± 0.0003	0.464 ± 0.005

次に、角運動量を持ったブラックホールについて (Harikae et al., 2010) を参考に、運動方程式 (式 5.4) の計算結果を解析的な解と比較した。この方程式の解析解は非常に複雑だが、 $r - \phi$ 面上の運動 ($p_\theta = 0$ かつ $\theta = \pi/2$) で、かつ $L = aE$ であることを仮定すれば r, θ 成分に関して

$$\frac{dr}{d\lambda} = \pm E \quad (5.34)$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{E}{\Delta} a \quad (5.35)$$

と、方程式が単純に表せるようになり、これを解けば、

$$\pm \phi = \frac{a}{r_+ - r_-} \log \left(\frac{r}{r_+ - 1} \right) - \frac{a}{r_+ - r_-} \log \left(\frac{r}{r_- - 1} \right) \quad (5.36)$$

となる。ただし、 r_\pm は事象の地平線を表し、

$$r_\pm = r_g \pm \sqrt{r_g^2 - a^2} \quad (5.37)$$

である。

この解析解と数値的な計算結果を比較したものが図 5.3 である。数値計算の結果が解析解の結果と一致していることが分かる。また、運動方程式の計算で参考にした Vincent et al. (2011) で用いられているシミュレータはオープンソースコード General Relativity Orbit Tracer of Observatoire de Paris (GYOTO) として公開されており、このシミュレータによる計算とも結果を比較した。今回実装を行ったシミュレータの計算結果を、GYOTO によるシミュレーション結果とを区別するために、“mycode” としている。

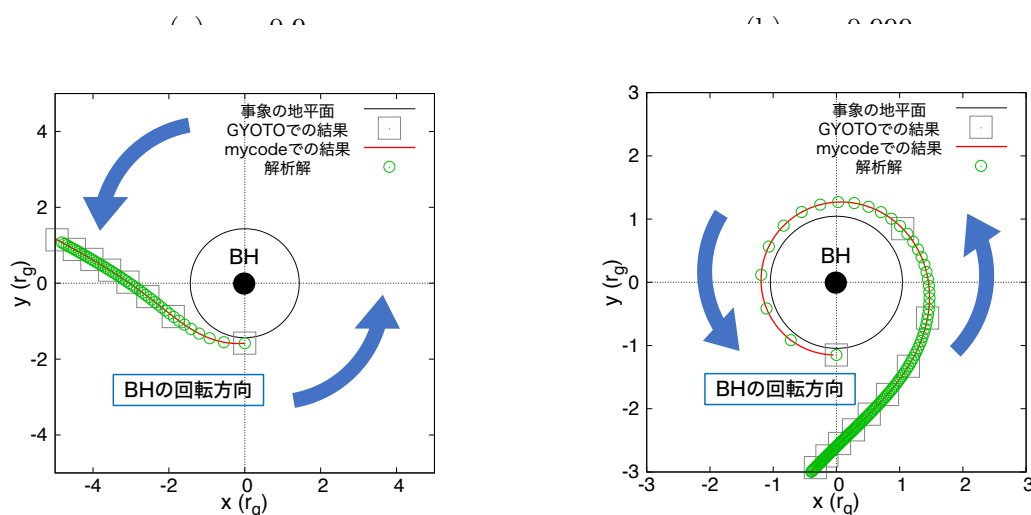


図 5.3: 数値計算により得た光子の軌跡と解析解の比較。原点にスピンパラメータ a のブラックホールがあり、 $(x, y, z) = (0, -1.1r_+, 0)$ の位置から $-y$ 方向に放出された光子の軌跡を $+z$ 方向から見た図である。赤線がシミュレーションによる数値計算の結果、緑の円が解析解の結果に対応している。

5.4.2 偏光ベクトル

次に、偏光ベクトルについてはまず、ある程度ブラックホールから離れた場所で式 5.21 と式 5.23 の計算結果が一致するか確かめる。そのために、図 5.4 のような状況を設定し、シミュレーションを行った。円盤状の放射体からブラックホール方向に光子を放ち、それをブラックホールを挟んで逆側で観測する。図の半径 $500 r_g$ の赤い半球が観測者であり、この中に入った光子は観測されたものとみなす。これは単なるテストケースであり、偏光ベクトルの振盪を無視して確かめるためのものではない。現実性を無視して光子が観測者に到達しやう。

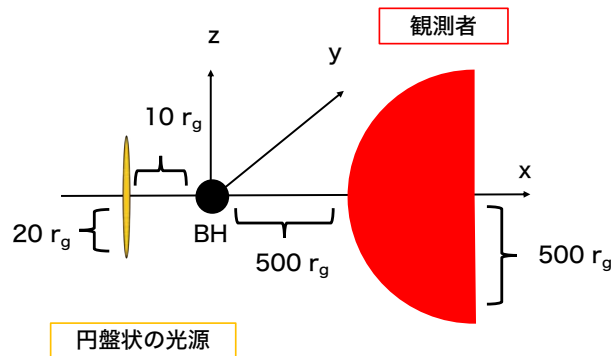


図 5.4: 偏光ベクトル計算の妥当性を確認するためのシミュレーション設定。位置関係を示すための図であるため、スケールは合っていない。光子は全て x 軸に平行に、ランダムな偏光ベクトルを持たせて放つ。

角運動量を持たない $a = 0$ のブラックホールについて、以上のシミュレーションを行うと図 5.5 のようになった。若干の違いは見られるが、概ね一致していることがわかる。この不一致の原因としては、観測者の位置が厳密に無限遠ではなく、観測地点にもかなりの広がりがあるためだと考えられる。

また、 $a = 0$ と $a = 0.999$ の場合で偏光ベクトルの初期値と観測された偏光ベクトルを比較したものが図 5.6 である。見やすさのため、こちらのシミュレーションでは光子の偏光ベクトルの初期設定は $+z$ 方向に固定してあるが、それ以外は図 5.5 のセットアップと同じ設定になっている。 $a = 0, 0.999$ のどちらも、ベクトルはほぼ変化していないことがわかる。

角運動量を持たない $a = 0$ のブラックホールは光子の偏光面を変化させないが、角運動量を持つブラックホールは偏光面を回転させる。その回転角 χ は、光子がブラックホールにあまり近づかないという仮定のもと、最低次の近似で

$$\chi = \frac{\pi}{4} \frac{a}{r_{min}^3} \cos \theta \quad (5.38)$$

と表される (Nouri-Zonoz, 1999)。ただし、 r_{min} は光子がブラックホールに最も近づいたときの r/r_g である。このシミュレーションは $r_{min} = 10$ 程度であり、 $\cos \theta = 1$ としても最大で 0.05 度程度なので $a = 0.999$ でも変化が見えないのは妥当であると考えられる。な

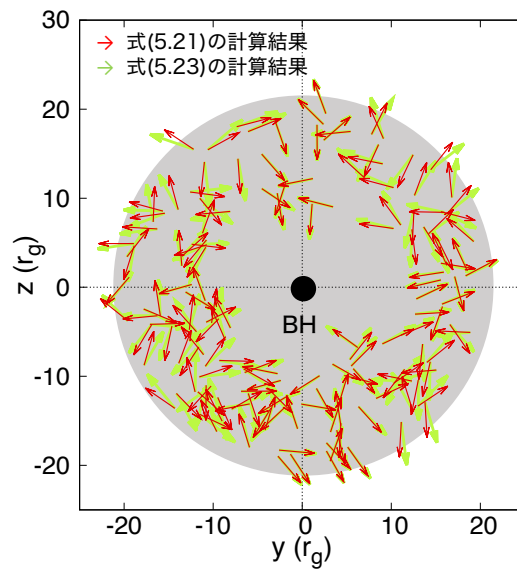
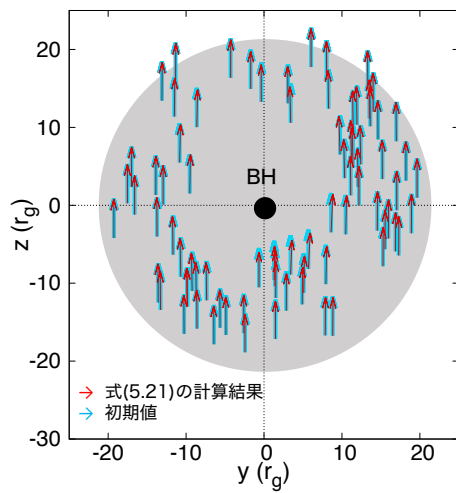


図 5.5: 観測者に届いた偏光ベクトル。灰色の網かけ部分が放射体である円盤を表し、円盤上の各位置から放射された光子の観測点での偏光ベクトルを示している。赤の矢印が式 5.21 で逐次計算した結果、黄緑の矢印が式 5.23 で無限遠の観測者を仮定した計算結果である。

お、ここで偏光面を考えるためには本来観測者、ブラックホール、光源を通る平面上で方向を扱う必要があるが、ここでは単純に偏光ベクトルの y 成分、 z 成分で比較しているため、変化しているように見えるベクトルも存在する。

(a) $a = 0$



(b) $a = 0.999$

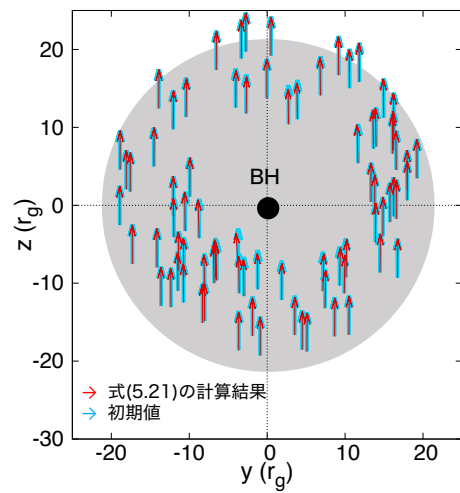


図 5.6: ブラックホール近傍を通ることによる偏光ベクトルの変化。青の矢印が初期値、赤の矢印が式 5.23 の計算結果、つまり観測された偏光ベクトルである。

5.5 開発の現状

現在、本研究で実装を行なった過程を全て組み込んだ上で、MONACO にすでに実装されている逆コンプトン散乱のコード (Odaka et al., 2014) と併せてシミュレーションを最後まで走らせることに成功している。ここではその計算例として、シミュレーションにより得られたスペクトルを示す。図 5.7 のセットアップで、本研究で実装を行なった Schwarzschild 計量³と、一般相対論的な効果を完全に無視した Minkowski 計量の両方で計算を行い、系内から脱出した光子全てを用いてスペクトルを抽出した (図 5.8)。放った光子数は 2 つの計算で等しいので、一般相対論的な効果により観測者に届く光子数が減少していることがわかる。ピークは散乱されずに観測された光子で、そのエネルギーは灰色が 1 keV、赤色が 0.88 keV である。このエネルギー減少は重力赤方偏移を表しており、理論値 (元のエネルギーの $[\sqrt{g_{tt}} = \sqrt{1 - 2r_g/9r_g}]$ 倍) と一致している。

結果の妥当性を確認する必要があるが、より現実的な放射や散乱領域を設定すれば、このシミュレーターを用いて一般相対論的な効果も考慮したブラックホール降着流の放射輸送が計算できる。

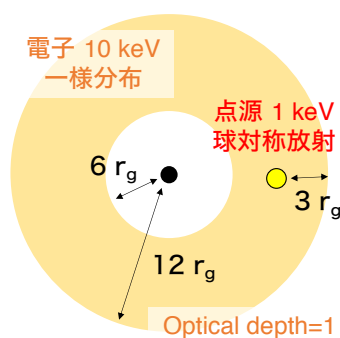


図 5.7: 逆コンプトン散乱のシミュレーションのセットアップ。ブラックホールを中心とした半径 $12r_g$ の球から $6r_g$ の同心球をくり抜いた領域に非熱的電子が分布しており、その領域内でブラックホールから半径 $9r_g$ の位置にある点源からの単色球対称放射を考える。

³ブラックホールが角運動量を持つ場合でもスペクトル自体はほぼ変化しないため、ここでは Schwarzschild 計量での計算結果を用いている。

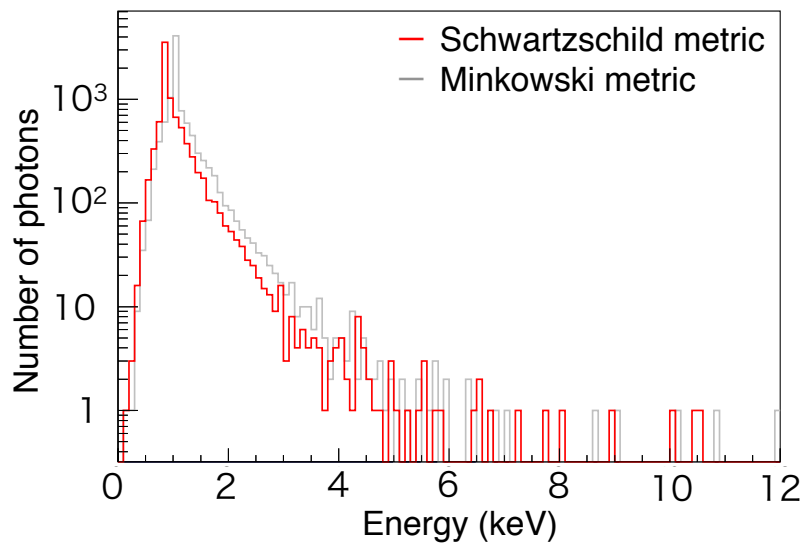


図 5.8: シミュレーションから抽出されたスペクトル。赤が今回実装した、一般相対論的な効果を考慮した Schwartzschild 計量での計算結果、灰色がこの効果を見逃した Minkowski 計量での計算結果を示している。

5.6 まとめと今後の展望

この章では、ブラックホール降着系の幾何構造を推定するための相対論的放射輸送シミュレータの概要説明、実装したシミュレータの計算結果の妥当性評価を行い、最後に開発の現状としてシミュレーションを最後まで走らせることができていることを示した。全ての計算の妥当性を確認した後、現実的なモデルを構築し、幾何構造のパラメータを変更しながらシミュレーションを行うことで、観測された偏光から幾何構造の推定をすることが可能になる。

第6章 CMOS センサを用いた ブラックホール降着系の X線偏光観測の検討

ここまで、CMOS センサの X 線偏光検出性能と、ブラックホール降着系の X 線放射から降着系の幾何構造を推定するためのシミュレータ開発について議論をしてきた。本章ではこれらを組み合わせて、実際のブラックホール降着系についてどの程度の観測をすれば、降着系の幾何構造を推定する上で有意な偏光が検出できるか検討を行う。

この章では、先行研究(春日, 2019)で提示されている、CubeSat (California Polytechnic State University, 2014) のアイデアをベースとしつつ、偏光観測のみに焦点を当てた議論を行い、衛星設計の現実性は問わないこととする。

6.1 観測天体の検討 : Cyg X-1

Cyg X-1 は 1 章でも述べたとおり、最初に発見されたブラックホール連星であり、フラックスが大きい観測がしやすい。そのためこれまで数多くのミッションで観測対象とされてきており、偏光 X 線についても、気球ミッションである *Polarized Gamma-ray Observer plus (PoGO+)* (Friis et al. 2018) によって 19–181 keV の帯域で観測がされている。観測結果から、放射された光はほぼ一般相対論的な効果を受けておらず、コロナは空間的に広がっているか、ブラックホールから離れた位置にあるかのどちらかであるということが示された (Chauvin et al., 2018)。とは言うもの、光子の統計量が多い 19 keV 未満の帯域での観測はされていない上に偏光度は上限値 (8.6%) しか決められていないため、ターゲットとする重要性は非常に大きい。

6.2 観測時間の検討

実際に Cyg X-1 を観測して、有意な偏光度を得るためにはどれくらいの時間を要するのか見積もりを行う。一般に、ブラックホール降着系の X 線放射強度は時間変動が激しく、それに伴ってスペクトルも変動する。ここでは比較的放射強度の小さい状態の観測を行うことを考え、Parker et al. (2015) で調べられている、2014 年 5 月に X 線衛星 *The Nuclear Spectroscopic Telescope ARray (NuSTAR)* (Harrison et al. 2010) と *Suzaku* によって同時観測されたときと同じスペクトル状態 (図 6.1 参照) であると仮定し、議論を進める。なおこのスペクトル状態は、コロナからの散乱成分が降着円盤からの黒体放射成分よ

りも優勢な状態であり、降着円盤の周りに空間的に広がったコロナが広がっていると考えられている。

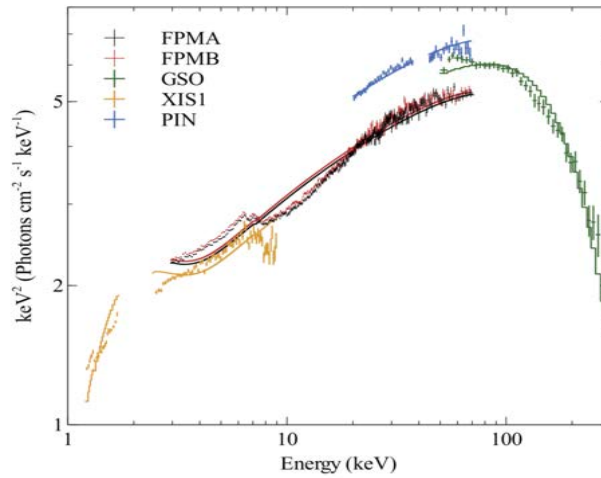


図 6.1: 仮定したスペクトル (Parker et al. 2015 より抜粋)。それぞれの色が異なる検出器によるスペクトルである。FPMA と FRMB が *NuSTAR* の検出器、GSO, XIS1, PIN が *Suzaku* の検出器である。黒色の成分である FPMA をフラックスとして採用し、10–30 keV について、値を目で読み取って利用した。

実際の偏光観測では 4.3 節で提示した通り、偏光パラメータを決定するために 45 度角度の異なる 2 つの CMOS センサ (サイズは 1.6 cm × 1.7 cm 程度) を用意し、これを 1 単位として扱う。まず、1 単位の CMOS センサでの観測を考える。2 つのセンサを用いるが、偏光解析のためにはこれらを別々に解析する必要があるため、光子の統計量はセンサ 1 つ当たりの量で考える。CMOS センサの検出効率、先行研究 (Asakura et al., 2019; 花坂, 2019) で示されているダブルピクセルイベントの検出効率 (表 3.3 参照) を用いる。エネルギー E に対する検出効率 $e(E)$ を $e(E) = a \exp(-bE)$ と表せると仮定し、この 3 つの値で関数をフィットすることによって連続的な検出効率を求めた。10–30 keV の帯域で、1 つのダブルピクセルイベントを検出するのに必要な観測時間を表 6.1 に示す。

次に、実際に CubeSat に CMOS センサを何単位並べるか考える。CubeSat の大きさは、一辺 10 cm の立方体を 1 単位としており、これを “1U” と呼ぶ。ここでは、この 1U を縦に 3 つ、横に 2 つ並べた “6U” を想定し、その中で検出器系は 10 cm × 20 cm を確保できるものとして考える。CMOS センサ以外の素子も検出器面上に存在することを考え、衛星には 4 単位 8 個のセンサを設置できると仮定する。また、必要な総イベント数は、4.3 節で用いたイベント数と同程度である 10000 イベントとする。この場合、必要な露光時間は最も検出効率が高い 10–15 keV の帯域で 16 Ms、次に高い 15–20 keV の帯域で 200 Ms となる。25–30 keV の帯域は実験において 30 keV のピークを検出できなかった (図 3.10 参照) ことを考慮して諦めるとしても、20–25 keV の帯域では 2 Gs の露光時間が必要である。小型衛星の寿命を 1 年と考えると、現実的な観測時間は 10 Ms 程度であり、この想定では必要なイベント数を検出するのは難しい。

現実的な観測時間に抑えるためには、まず、本論文で扱っている CMOS センサよりも

表 6.1: 1 単位の CMOS センサで 1 つのダブルピクセルイベントを検出するのに必要なエネルギー帯域別の観測時間。

帯域 (keV)	ダブルピクセルイベントの 検出効率 (%)	フラックス ($\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) *	必要露光時間 (ks) *
10-15	8.9×10^{-2}	0.11	6.3
15-20	1.3×10^{-2}	6.1×10^{-2}	80
20-25	1.8×10^{-3}	4.0×10^{-2}	8.7×10^2
25-30	2.4×10^{-4}	2.9×10^{-2}	8.7×10^3

* 各エネルギー帯域の中間のエネルギーで計算した結果。各帯域でのフラックスは、中間のエネルギーでの値で一定として計算している。

X 線偏光観測に適した CMOS センサを用いる必要がある。例えば、Cyg X-1 などのブラックホール降着系の観測では、エネルギー分解能はそこまで良い必要はなく、むしろ空乏層を厚くして検出効率を向上させる方が効果的である。空乏層の厚さを 5 倍にすれば検出効率も 5 倍になる。これに加えて有効面積が 2 倍のセンサを用いることができれば統計量を 10 倍まで増やし、観測からより詳しい議論ができるようになる。

ここまでの見積もりでは Cyg X-1 由来の X 線のみが検出器に入射すると考えているが、当然バックグラウンドも考慮する必要がある。まず、宇宙線のバックグラウンドについて考える。衛星の軌道高度を *Suzaku* などと同程度の、地表付近の ~ 550 km を仮定すれば、低エネルギーの荷電粒子は地磁気によって軌道を曲げられてほとんど届かず検出器まで届くのは GeV 帯域の陽子が主となる。この陽子が $5 \mu\text{m}$ の Si を通過するまでに落とすエネルギーを bethe-bloch の式により計算すると 2 keV 程度となり、注目するエネルギー帯域よりも小さいのでエネルギー分解することで影響を無視できる。また、宇宙 X 線背景放射については、Cyg X-1 に比べてフラックスが十分小さいため視野を絞れば大きな問題にはならない（実際、本論文で参考になっている Parker et al. (2015) の観測では、Cyg X-1 のフラックスの 100 分の 1 程度であった）。しかし、検出器に入射する X 線を全て検出してしまうと相当な量になるため、シールドによって検出器面の横からの入射を防ぐとともに、先行研究である春日 (2019) で検討されている符号化開口などによって撮像も同時に行い、領域を制限して観測を行うのが望ましい。以上より、適切な策をとれば、バックグラウンドは結果に影響を与えない程度にまでは小さくすることが可能である。

6.3 幾何構造の推定

前節では、CMOS センサを搭載した小型衛星で、本論文で扱っているものよりも X 線偏光観測に適した CMOS センサを用いれば現実的な観測時間で十分なイベントを検出することが可能になるということを示した。この節では、このイベントからブラックホール降着系の幾何構造が推定可能か議論する。Chauvin et al. (2018) で導かれた偏光度の上限の 90% 信頼値は 8.6% であった。この値は 19–181 keV (中央値 57 keV) の X 線から算出

したものであり、高エネルギーほど前方散乱する割合が増えて偏光度が下がることから、10–30 keVでの偏光度はより高いと予想される。また、偏光度の誤差は4.3節で求めたのと同じく偏光度の10%程度であると考え、偏光度は上限値ではなく値として求められる。

一方で、幾何構造のパラメータ以外に、ブラックホールに対する見込み角によっても観測される偏光度は異なるため、幾何構造の決定にはもう1つ以上の情報が必要である。これには、複数のエネルギー帯域での偏光度や全体のスペクトルを利用すれば良い。この情報を、図6.2のようなシミュレーションのモデルと照らしあわせることで幾何構造のパラメータを推定可能だと考えられる。10–15 keVと15–20 keVの偏光度とスペクトルを求めれば、幾何構造にある程度制限をつけることができる。5章の開発の目的は、正に図6.2のようなスペクトルや偏光パラメータのモデルを作成することである。開発が完了すれば、ブラックホール降着系の構造推定を行うことができる。

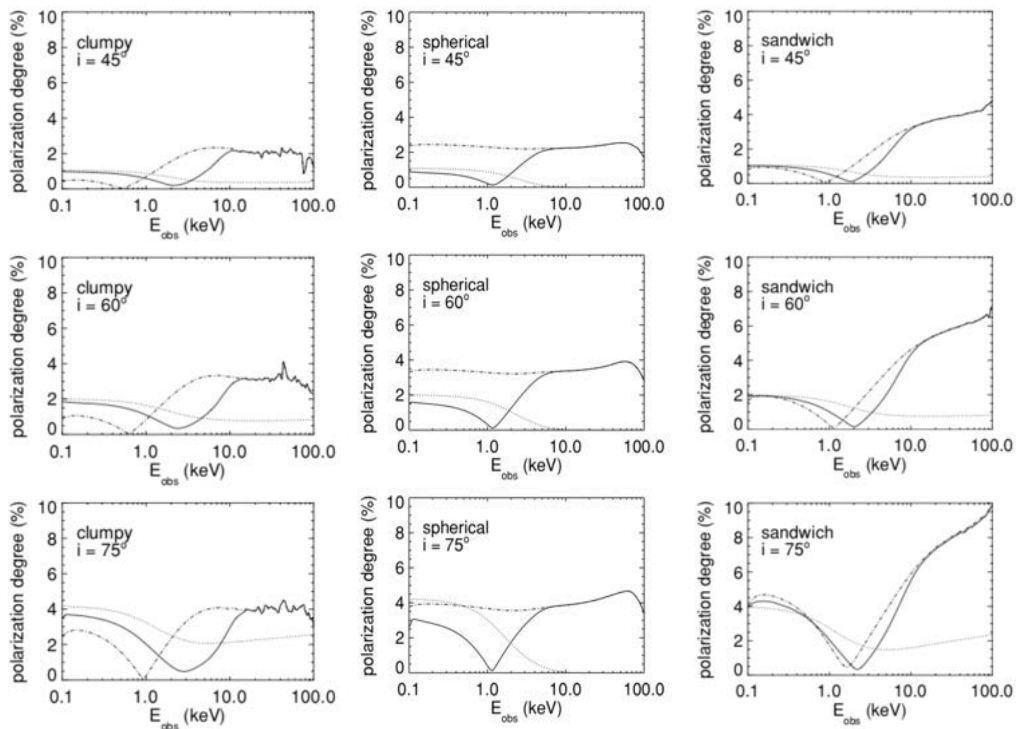


図 6.2: 数値シミュレーションから求められた、見込み角と幾何構造による偏光度の変化 (Schnittman and Krolik (2010) より引用)。左列、中列、右列でそれぞれ異なる幾何構造の降着系でのシミュレーションである。破線、点線は散乱成分と非散乱成分それぞれの値である。

以上より、本論文で用いた CMOS センサでは、6U の CubeSat で Cyg X-1 の偏光観測をするのは現実的では無いが、より X 線偏光観測に適した CMOS センサを用いれば可能になる。また、この検出したイベントからスペクトルや複数の帯域での偏光度を求めることで、単純な幾何構造であればパラメータをある程度推定することができる。

第7章 結論

本論文では、ブラックホール降着系の偏光 X 線から系の幾何構造を明らかにすることを目指して 2.5 μm ピッチの CMOS センサを用いた X 線偏光計を検討し、その性能評価を行った。

- 放射光施設 KEK-PF において 16, 24 keV の偏光 X 線照射実験を行い、ダブルピクセルイベントを用いた偏光解析を行った。まず、無偏光 X 線に対する検出器の応答を調べ、イベントの広がりやすい方向に偏りがあることを発見した。この偏りを補正した上でイベント選別におけるスプリット閾値について設定値の検討を行い、MF を大きくし、ダブルピクセルイベントの割合を減らしすぎない値として、それぞれのエネルギーで 42 eV、83 eV に設定した。そして、各エネルギーでそれぞれ $12.30 \pm 0.08\%$ 、 $16.2 \pm 0.6\%$ の MF を得た。
- 放射光施設 SPring-8 でも偏光 X 線照射実験を行い、10, 16, 24 keV について 22.5° 刻みの 8 つの偏光角の測定を行い、ダブルピクセルイベントを解析することでモジュレーションカーブを作成した。そして、それぞれの Modulation Factor を $4.27 \pm 0.01\%$ 、 $11.9 \pm 0.2\%$ 、 $15.7 \pm 0.4\%$ と得た。また、作成したモジュレーションカーブを用い、ビームの軸周りに 45 度異なる角度の CMOS センサで測定を行うことで、24 keV では正しい偏光度と偏光方向を求められることを示した。
- SPring-8 実験の 24 keV の測定データで、3 ピクセル以上に広がったイベントのうち分岐比が大きいイベント形状を分類した。そのうち特に多くかつ偏光情報を取り出せそうな 3 種類のイベントについて、数値シミュレーションによって光電子の放出方向を調べ、実際に解析によって偏光を検出できるイベントかどうか判定するとともに偏光解析の方法を検討した。その結果、直線的、もしくは L 字型に 3 ピクセルに広がった 2 種類のイベントから、それぞれ $31.6 \pm 0.7\%$ 、 $16.0 \pm 0.5\%$ の Modulation Factor を得ることができることを示した。

続いて、実測定データからブラックホール降着系の幾何構造を推定するために、

- 一般相対論的な効果を考慮したブラックホール近傍での放射輸送のコードを設計・実装し、基本的な動作の確認を行った。また、シミュレーションを最後まで走らせ、スペクトルを得られることを示した。

最後に、小型衛星に搭載して実際に観測を行うことを想定し、

- 本論文で扱っている CMOS センサよりも空乏層が厚いセンサを用いれば、Cyg X-1 の有意な観測が可能であり、検出したイベントから降着系の幾何構造をある程度推定できるということを示した。

謝辞

2年間の研究活動と本論文の作成にあたり、様々な方のお力添えをいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

まず指導教員の馬場彩准教授には、そもそも研究の機会をいただけたことに対し、深く感謝申し上げます。研究活動全般にわたっても多くの面で丁寧かつ熱心なご指導を戴きました。小高裕和助教授には、実験とシミュレータ開発の両面について非常に多岐にわたるアドバイスをいただきました。本修論の最大のテーマであるCMOSセンサの性能評価実験に関しては、本当に多くの方々のお力をお借りしました。まず、兼松フューチャーテックソリューションズの松本敏明さん、Gpixel Japanの楊驍さんにはセンサー周りのトラブルについて大学までお越しいただき、対処していただきました。大阪大学X線天文グループの林田清准教授、朝倉一統さんは、KEK実験の際にセンサー一式を快く貸して下さいました。また、先行研究者として様々な情報を提供していただき、本研究を進めていく上で、非常に大きな助けとなりました。

KEK-PFでは、実験をサポートして下さった岸本俊二教授をはじめ、実験に協力して下さった理化学研究所高エネルギー宇宙物理研究室の玉川徹主任研究員、早藤麻美研究員(現 JAXA 勤務)ほか玉川研究室の学生の皆さまには、実験に不慣れな我々をサポートして下さいました。SPring-8ではビームラインの説明などをして下さった上杉健太郎主席研究員、星野真人主幹研究員、玉川研究室から再びお手伝いに来て下さった周圓輝さん、同じくお手伝いに来て下さった東京大学国際高等研究所カブリ数物連携宇宙研究機構高橋研究室の長澤俊作さん、峰海里さん、皆様のご協力のおかげで実験を成功させることができました。5章のシミュレーション部分では、国立天文台理論研究部の川島朋尚特任助教授、筑波大学計算科学研究センター宇宙理論研究室の大須賀健教授から実装に関する貴重な助言や、参考文献の情報を教えていただきました。

研究室の皆様には、日常の生活から多くの面でお世話になりました。博士3年の和田有希さんには、学会発表の練習等で多くの的確なコメントをいただきました。博士2年の鈴木寛大さんには、研究周りの様々なことを教えていただいたほか、KEK-PF実験の実験計画のためのシミュレーションなどご助力いただきました。博士1年の春日知明さんにはCMOS実験の先行研究者および共同研究者として様々なアドバイスをいただいた他、実験器具の設計・作成をして下さいました。研究室同期の丹波翼さんは、実験のデータ解析用ソフトの開発を始めとして、2つのビーム実験に全面的に協力していただきました。修士1年の高嶋聡さんにはSPring-8の実験での解析ソフトウェア開発、同じく修士1年の畠内康輔さんには実験器具の設計・作成や回転ステージのオペレーション等を行っていただきました。秘書の沓間はづきさんと事務の河野久仁子さんはそれぞれ様々な事務仕事と旅費等のお金の管理を引き受け、研究環境を支えて下さいました。

大学やアルバイト先の友人と話して息抜きをしたり、頑張っている姿を見て自らの励み

にすることも、精神面で非常に大きな助けとなりました。最後になりましたが、遠くから暖かく応援し続けてくださった両親、たまに様子を見に来てくれた妹、あまり家にいない自分の分まで家事をしてくれた弟に深く感謝申し上げます。

令和2年1月31日

會澤 優輝

参考文献

- Agostinelli, S., Allison, J., Amako, K., et al. (2003) “Geant4—a simulation toolkit,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 506, No. 3, pp. 250 – 303, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8).
- Allison, J., Amako, K., Apostolakis, J., et al. (2016) “Recent developments in Geant4,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 835, pp. 186 – 225, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125>.
- (2006) “Geant4 developments and applications,” *IEEE Transactions on nuclear science*, Vol. 53, No. 1, pp. 270–278.
- Ando, M., Satow, Y., Kawata, H., et al. (1986) “Design of beamline 14 for the PF vertical wiggler and its operation,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 246, No. 1, pp. 144 – 148, DOI: [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(86\)90062-8](https://doi.org/10.1016/0168-9002(86)90062-8).
- Angel, J. R. P. (1969) “Polarization of Thermal X-Ray Sources,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 158, p. 219, Oct, DOI: 10.1086/150185.
- Asakura, K., Hayashida, K., Hanasaka, T., et al. (2019) “X-ray imaging polarimetry with a 2.5- μm pixel CMOS sensor for visible light at room temperature,” *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, Vol. 5, No. 03, p. 1, Jun, DOI: 10.1117/1.jatis.5.3.035002.
- Bardeen, J. M., Press, W. H., & Teukolsky, S. A. (1972) “Rotating Black Holes: Locally Nonrotating Frames, Energy Extraction, and Scalar Synchrotron Radiation,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 178, p. 347, Dec, DOI: 10.1086/151796.
- Black, J., Baker, R., Deines-Jones, P., et al. (2007) “X-ray polarimetry with a micropattern TPC,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 581, No. 3, pp. 755 – 760, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2007.08.144>.
- Boyer, R. H., & Lindquist, R. W. (1967) “Maximal Analytic Extension of the Kerr Metric,” *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 8, No. 2, pp. 265–281, Feb, DOI: 10.1063/1.1705193.

- California Polytechnic State University (2014) “CubeSat Design Specification,” URL: https://static1.squarespace.com/static/5418c831e4b0fa4ecac1bacd/t/56e9b62337013b6c063a655a/1458157095454/cds_rev13_final2.pdf, accessed on 2020-01-11.
- Chauvin, M., Florén, H.-G., Friis, M., et al. (2018) “Accretion geometry of the black-hole binary Cygnus X-1 from X-ray polarimetry,” *Nature Astronomy*, Vol. 2, No. 8, pp. 652–655, Jun, DOI: 10.1038/s41550-018-0489-x.
- Debney, G. C., Kerr, R. P., & Schild, A. (1969) 「Solutions of the Einstein and Einstein-Maxwell Equations」, 『Journal of Mathematical Physics』, 第10卷, 第10号, 1842–1854頁, Oct月, DOI: 10.1063/1.1664769.
- Dolan, J. (1967) “The polarization of celestial X-rays,” *Space Science Reviews*, Vol. 6, No. 5, Mar, DOI: 10.1007/bf00168792.
- Einstein, A. (1915) “Die Feldgleichungen der Gravitation,” *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pp. 844–847, Jan.
- Event Horizon Telescope Collaborat (2019) “First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole,” *Astrophysical Journal Letters*, Vol. 875, No. 1, 4, DOI: 10.3847/2041-8213/ab0ec7.
- Friis, M., Kiss, M., Mikhalev, V., et al. (2018) “The PoGO+ Ballon-Borne Hard X-ray Polarimetry Mission,” *Galaxies*, Vol. 6, No. 1, p. 30, Mar, DOI: 10.3390/galaxies6010030.
- Giacconi, R., Kellogg, E., Gorenstein, P., et al. (1971) “An X-ray scan of the galactic plane from UHURU,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 165, p. L27.
- Goto, S., Takeshita, K., Suzuki, Y., et al. (2001) “Construction and commissioning of a 215-m-long beamline at SPring-8,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 467-468, pp. 682 – 685, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(01\)00445-4](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)00445-4), 7th Int.Conf. on Synchrotron Radiation Instrumentation.
- Gpixel Changchun Optoelectronic Technology Inc. (2019) “Home - Gpixel,” URL: <https://gpixel.com>, accessed on 2020/1/9.
- Harikae, S., Kotake, K., Takiwaki, T., et al. (2010) “A GENERAL RELATIVISTIC RAY-TRACING METHOD FOR ESTIMATING THE ENERGY AND MOMENTUM DEPOSITION BY NEUTRINO PAIR ANNIHILATION IN COLLAPSARS,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 720, No. 1, pp. 614–625, Aug, DOI: 10.1088/0004-637x/720/1/614.

- Harrison, F. A., Boggs, S., Christensen, F., et al. (2010) “The Nuclear Spectroscopic Telescope Array (NuSTAR),” in Arnaud, M., Murray, S. S. & Takahashi, T. eds. *Space Telescopes and Instrumentation 2010: Ultraviolet to Gamma Ray*, Vol. 7732, pp. 189 – 196, International Society for Optics and Photonics: SPIE, DOI: 10.1117/12.858065.
- Hayashida, K., Kawabata, T., Hanasaka, T., et al. (2018) “Sub-arcsecond imaging with multi-image x-ray interferometer module (MIXIM) for very small satellite,” *Space Telescopes and Instrumentation 2018: Ultraviolet to Gamma Ray*, Jul, DOI: 10.1117/12.2314181.
- Kerr, R. P. (1963) “Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics,” *Physical Review Letters*, Vol. 11, No. 5, pp. 237–238, DOI: 10.1103/PhysRevLett.11.237.
- Koyama, K., Tsunemi, H., Dotani, T., et al. (2007) “X-Ray Imaging Spectrometer (XIS) on Board Suzaku,” *Publications of the Astronomical Society of Japan*, Vol. 59, No. sp1, pp. S23–S33, 01, DOI: 10.1093/pasj/59.sp1.S23.
- Longair, M. S. (2011) *High Energy Astrophysics*.
- McNamara, A. L., Kuncic, Z., & Wu, K. (2008) “X-ray polarization signatures of Compton scattering in magnetic cataclysmic variables,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 386, No. 4, pp. 2167–2172, Jun, DOI: 10.1111/j.1365-2966.2008.13174.x.
- Michell, J. (1784) “On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars, in Consequence of the Diminution of the Velocity of Their Light, in Case Such a Diminution Should be Found to Take Place in any of Them, and Such Other Data Should be Procured from Observations, as Would be Farther Necessary for That Purpose. By the Rev. John Michell, B. D. F. R. S. In a Letter to Henry Cavendish, Esq. F. R. S. and A. S.,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 74, pp. 35–57, URL: <http://www.jstor.org/stable/106576>.
- Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. (2017) *Gravitation*.
- Mitsuda, K., Bautz, M., & Inoue, H. e. a. (2007) “The X-Ray Observatory Suzaku,” *Publications of the Astronomical Society of Japan*, Vol. 59, No. sp1, pp. S1–S7, 01, DOI: 10.1093/pasj/59.sp1.S1.
- Narayan, R., & Yi, I. (1994) “Advection-dominated accretion: A self-similar solution,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 428, p. L13, Jun, DOI: 10.1086/187381.
- Nouri-Zonoz, M. (1999) “Gravitoelectromagnetic approach to the gravitational Faraday rotation in stationary spacetimes,” *Physical Review D*, Vol. 60, No. 2, DOI: 10.1103/PhysRevD.60.024013.

- Odaka, H., Sugimoto, S., nosuke Ishikawa, S., et al. (2010) “Development of an integrated response generator for Si/CdTe semiconductor Compton cameras,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 624, No. 2, pp. 303 – 309, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.11.052>, New Developments in Radiation Detectors.
- Odaka, H., Aharonian, F., Watanabe, S., et al. (2011) “X-RAY DIAGNOSTICS OF GIANT MOLECULAR CLOUDS IN THE GALACTIC CENTER REGION AND PAST ACTIVITY OF Sgr A*,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 740, No. 2, p. 103, Oct, DOI: 10.1088/0004-637x/740/2/103.
- Odaka, H., Khangulyan, D., Tanaka, Y. T., et al. (2014) “SHORT-TERM VARIABILITY OF X-RAYS FROM ACCRETING NEUTRON STAR VELA X-1. II. MONTE CARLO MODELING,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 780, No. 1, p. 38, Jan, DOI: 10.1088/0004-637x/780/1/38.
- Parker, M. L., Tomsick, J. A., Miller, J. M., et al. (2015) “NuSTAR AND SUZAKU OBSERVATIONS OF THE HARD STATE IN CYGNUS X-1: LOCATING THE INNER ACCRETION DISK,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 808, No. 1, p. 9, Jul, DOI: 10.1088/0004-637x/808/1/9.
- Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. (1986) *Radiative Processes in Astrophysics*: John Wiley and Sons, pp.400.
- Schnittman, J. D., & Krolik, J. H. (2010) “X-RAY POLARIZATION FROM ACCRETING BLACK HOLES: CORONAL EMISSION,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 712, No. 2, pp. 908–924, Mar, DOI: 10.1088/0004-637x/712/2/908.
- (2013) “A MONTE CARLO CODE FOR RELATIVISTIC RADIATION TRANSPORT AROUND KERR BLACK HOLES,” *The Astrophysical Journal*, Vol. 777, No. 1, p. 11, Oct, DOI: 10.1088/0004-637x/777/1/11.
- Schwarzschild, K. (1999) “On the gravitational field of a sphere of incompressible fluid according to Einstein’s theory.”
- Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. (1973) “Black Holes in Binary Systems: Observational Appearances,” in Bradt, H. & Giacconi, R. eds. *X- and Gamma-Ray Astronomy*, Vol. 55 of IAU Symposium, p. 155.
- Sze, S. M. (2002) *Semiconductor devices: physics and technology*: John Wiley & sons, 2nd edition.
- Tsunemi, H., Hayashida, K., Tamura, K., et al. (1992) “Detection of X-ray polarization with a charge coupled device,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*

Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 321, No. 3, pp. 629 – 631, DOI: [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(92\)90075-F](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90075-F).

Vetterling, W. T., Teukolsky, S. A., Press, W. H., et al. (1989) *Numerical recipes*: University Press.

Vincent, F. H., Paumard, T., Gourgoulhon, E., et al. (2011) “GYOTO: a new general relativistic ray-tracing code,” *Classical and Quantum Gravity*, Vol. 28, No. 22, p. 225011, Oct, DOI: 10.1088/0264-9381/28/22/225011.

Weisskopf, M. C., Ramsey, B., O’Dell, S. L., et al. (2016) “The Imaging X-ray Polarimetry Explorer (IXPE),” *Results in Physics*, Vol. 6, pp. 1179 – 1180, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2016.10.021>.

花坂剛史 (2019) 「サブ秒角撮像を実現する 多重像 X 線干渉計 MIXIM の開発」, 修士論文, 大阪大学.

山田真也 (2014) 「広帯域 X 線観測で挑む BH の謎 冷たい円盤と非一様なコロナの共存」, 『天文月報』, 第 107 巻, 第 4 号, 214–223 頁, 公益社団法人日本天文学会.

春日知明 (2019) 「宇宙 X 線偏光観測を目指した符号化開口イメージング手法の設計と評価」, 修士論文, 東京大学.

嶺重慎 (2016) 『ブラックホール天文学 = Black hole astrophysics』, 新天文学ライブラリー = New astronomy library, 第 3 号, 日本評論社, URL : <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BB20365932>.